PELABELAN SISI AJAIB SUPER PADA BEBERAPA BENTUK GRAF ULAT

Abdussakir
Jurusan Matematika UIN Maliki Malang

Abdussakir1975@yahoo.co.id

ABSTRAK

Pelabelan total sisi ajaib pada suatu graf $G = (V, E)$ dengan order p dan ukuran q adalah fungsi bijektif f dari $V \cup E$ ke himpunan $\{1, 2, 3, \ldots, p + q\}$ sehingga untuk masing-masing sisi xy di G berlaku $f(x) + f(xy) + f(y) = k$, dengan k konstanta. Pelabelan total sisi ajaib yang memetakan V ke $\{1, 2, \ldots, p\}$ disebut pelabelan sisi ajaib super. Graf yang dapat dikenakan pelabelan sisi ajaib super disebut graf sisi ajaib super. Pada artikel ini dijelaskan bahwa graf ulat bentuk $\perp$, bentuk H, dan graf ulat dengan himpunan derajat $D = \{1, 4\}$ dengan n titik berderajat 4 (n bilangan asli) adalah sisi ajaib super.

Keywords: pelabelan, sisi ajaib super, graf ulat.

PENDAHULUAN

Graf G adalah pasangan (V, E) dengan V adalah himpunan tidak kosong dan berhingga dari objek-objek yang disebut *titik*, dan E adalah himpunan (mungkin kosong) pasangan takberurutan dari titik-titik berbeda di V yang disebut *sisi* [5]. Banyaknya unsur di V disebut *order* dari G dan banyaknya unsur di E disebut *ukuran* [2][3].

Sisi $e = (u, v)$ dikatakan menghubungkan titik u dan v. Jika $e = (u, v)$ adalah sisi di graf G, maka u dan v disebut *terhubung langsung*, v dan e serta u dan e disebut *terkait langsung*, dan u, v disebut *ujung* dari e. *Derajat dari titik v* di graf G, ditulis $\deg_G v$, adalah banyaknya sisi di G yang terkait langsung dengan v. Titik yang berderajat satu disebut *titik ujung* [2]. Untuk selanjutnya, sisi $e = (u, v)$ akan ditulis $e = uv$.

Himpunan derajat dari graf G, ditulis D_G, adalah himpunan yang memuat derajat semua titik di G [2]. Jika yang dibicarakan hanya satu graf, maka himpunan derajat akan ditulis D.

Jalan u-v dalam graf G adalah barisan berhingga yang berselang-seling

$$W : u=v_o, e_1, v_1, e_2, v_2, \ldots, e_n, v_n=v$$

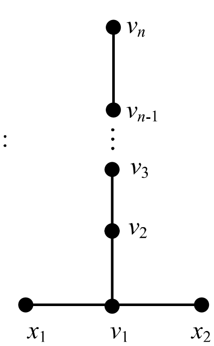
antara titik dan sisi, yang dimulai dari titik dan diakhiri dengan titik, dengan $e_i = v_{i-1}v_i$ adalah sisi di G. v_0 disebut *titik awal*, v_n disebut *titik akhir*, $v_1, v_2, \ldots, v_{n-1}$ disebut *titik internal*, dan n menyatakan panjang W [1]. Jika semua sisi di W berbeda, maka W disebut *trail*. Jika semua titik di W berbeda, maka W disebut *lintasan*. Graf berbentuk lintasan disebut graf lintasan [2]. Graf ulat adalah graf yang jika semua titik ujungnya dibuang akan menghasilkan lintasan [4].

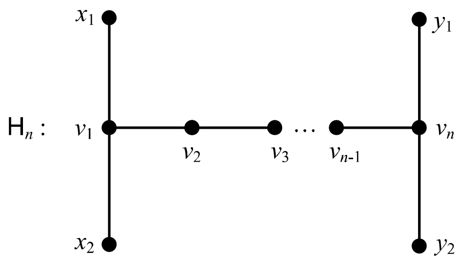
Pelabelan total sisi ajaib pada graf $G = (V, E)$ dengan order p dan ukuran q adalah fungsi bijektif f dari $V \cup E$ ke $\{1, 2, 3, \ldots, p + q\}$ sehingga untuk masing-masing sisi xy di G berlaku $f(x) + f(xy) + f(y) = k$, dengan k konstanta. Konstanta k disebut bilangan ajaib. Pelabelan total sisi ajaib dapat dimaknai bahwa jumlah label suatu sisi dan label titik yang terkait langsung dengan sisi tersebut adalah sama, untuk semua sisi. Pelabelan total sisi ajaib yang memetakan himpunan titik V ke $\{1, 2, \ldots, p\}$ disebut pelabelan sisi ajaib super. Graf yang dapat dikenakan pelabelan sisi ajaib super disebut graf sisi ajaib super [4]. Pada artikel ini akan dijelaskan pelabelan sisi ajaib super pada beberapa bentuk graf ulat.

HASIL DAN DISKUSI

Pada pembahasan ini, graf ulat yang disajikan adalah graf ulat bentuk $\perp$, bentuk H, dan graf ulat dengan himpunan derajat $D = \{1, 4\}$ dan n titik berderajat 4, dengan n bilangan asli. Graf ulat bentuk $\perp$ dan H yang dimaksud dalam tulisan ini masing-masing sebagai berikut.

$\perp_n$:





Pembahasan disajikan dalam teorema beserta buktinya, dan beberapa contoh sebagai aplikasi pelabelan yang dibuat.

Teorema 1

Graph ulat $\perp_n$ adalah sisi ajaib super, dengan n bilangan asli.

Bukti

Misalkan

$V(\perp_n) = \{x_1, x_2, v_1, v_2, v_3, \ldots, v_{n-1}, v_n\}$

dan

$E(\perp_n) = \{x_1v_1, x_2v_1, v_1v_2, v_2v_3, \ldots, v_{n-1}v_n\}$.

Maka diperoleh order $\perp_n$ adalah $(n + 2)$ dan ukurannya adalah $(n + 1)$

(1) Untuk n genap, definisikan fungsi f dari $V(\perp_n) \cup E(\perp_n)$ ke $\{1, 2, 3, \ldots, 2n + 3\}$ dengan pengaitan sebagai berikut.

$f(x_i) = i$, untuk $i = 1, 2$

$f(v_i) = \dfrac{n+i+5}{2}$, untuk i ganjil, $1 \le i \le n$.

$f(v_i) = \dfrac{i-2}{2} + 3$, untuk i genap, $1 \le i \le n$

$f(x_iv_1) = 2n - i + 4$, untuk $i = 1, 2$

$f(v_iv_{i+1}) = 2n - i + 2$, untuk $i = 1, 2, \ldots, n - 1$.

Dengan mudah dapat ditunjukkan bahwa f adalah fungsi bijektif dan memetakan $V(\perp_n)$ ke $\{1, 2, 3, \ldots, n + 2\}$

Selanjutnya,

(a) Untuk sisi x_iv_1

$f(x_i) + f(x_iv_1) + f(v_1) = i + (2n - \mathrm{i} + 4) + (\dfrac{n+6}{2}) = \dfrac{5n}{2} + 7$

(b) Untuk sisi v_iv_{i+1}, i ganjil

$f(v_i) + f(v_iv_{i+1}) + f(v_{i+1}) = (\dfrac{n+i+5}{2}) + (2\mathrm{n} - \mathrm{i} + 2) + \dfrac{(i+1)-2}{2} + 3 = \dfrac{5n}{2} + 7$

(c) Untuk sisi v_iv_{i+1}, i genap

$f(v_i) + f(v_iv_{i+1}) + f(v_{i+1}) = [\dfrac{i-2}{2} + 3] + (2n - \mathrm{i} + 2) + (\dfrac{n+i+6}{2}) = \dfrac{5n}{2} + 7$

Dengan demikian, maka graph ulat $\perp_n$ (n bilangan asli genap) adalah sisi ajaib super, dengan bilangan ajaib

$$k = \frac{5n}{2} + 7 .$$

(2) Untuk n ganjil, definisikan fungsi f dari $V(\perp_n) \cup E(\perp_n)$ ke $\{1, 2, 3, \ldots, 2n + 3\}$ dengan pengaitan sebagai berikut.

$f(x_i) = i$, untuk $i = 1, 2$

$f(v_i) = \dfrac{n+i+4}{2}$, untuk i ganjil, $1 \le i \le n$.

$f(v_i) = \dfrac{i+4}{2}$, untuk i genap, $1 \le i \le n$

$f(x_iv_1) = 2n - i + 4$, untuk $i = 1, 2$

$f(v_iv_{i+1}) = 2n - i + 2$, untuk $i = 1, 2, \ldots, n - 1$.

Dengan mudah dapat ditunjukkan bahwa f adalah fungsi bijektif dan memetakan $V(\perp_n)$ ke $\{1, 2, 3, \ldots, n + 2\}$

Selanjutnya,

(a) Untuk sisi x_iv_1

$f(x_i) + f(x_iv_1) + f(v_1) = i + (2n - i + 4) + (\dfrac{n+5}{2}) = \dfrac{5n-1}{2} + 7$

(b) Untuk sisi v_iv_{i+1}, i ganjil

$f(v_i) + f(v_iv_{i+1}) + f(v_{i+1}) = (\dfrac{n+i+4}{2}) + (2n - i + 2) + \dfrac{i+5}{2} = \dfrac{5n-1}{2} + 7$

(c) Untuk sisi v_iv_{i+1}, i genap

$f(v_i) + f(v_iv_{i+1}) + f(v_{i+1}) = [\dfrac{i+4}{2}] + (2n - i + 2) + (\dfrac{n+i+5}{2}) = \dfrac{5n-1}{2} + 7$

Dengan demikian, maka graph ulat $\perp_n$ (n bilangan asli ganjil) adalah sisi ajaib super, dengan bilangan ajaib

$$k = \frac{5n-1}{2} + 7 . \square$$

Teorema 2

Graph ulat H_n adalah sisi ajaib super, dengan n bilangan asli.

Bukti

Misalkan himpunan titik pada graph H_n adalah

$V(H_n) = \{x_1, x_2, y_1, y_2, v_1, v_2, v_3, \ldots, v_{n-1}, v_n\}$

dan

$E(H_n) = \{x_1v_1, x_2v_1, y_1v_n, y_2v_n, v_1v_2, v_2v_3, v_3v_4, \ldots, v_{n-1}v_n\}$.

Jadi order H_n adalah $(n + 4)$ dan ukurannya adalah $(n + 3)$.

(1) Untuk n genap, definisikan fungsi f dari $V(H_n) \cup E(H_n)$ ke $\{1, 2, \ldots, 2n + 7\}$ dengan pengaitan sebagai berikut.

$f(x_i) = i$, untuk $i = 1, 2$.

$f(y_i) = n + 2 + i$, untuk $i = 1, 2$.

$f(v_i) = \dfrac{n+i+5}{2}$, untuk i ganjil, $1 \le i \le n$.

$f(v_i) = \dfrac{i+4}{2}$, untuk i genap, $1 \le i \le n$.

$f(x_iv_1) = 2n - i + 8$, untuk $i = 1, 2$.

$f(y_iv_n) = n - i + 7$, untuk $i = 1, 2$.

$f(v_iv_{i+1}) = 2n - i + 6$, untuk $i = 1, 2, \ldots, n - 1$.
Dengan mudah dapat ditunjukkan bahwa f adalah fungsi bijektif dan memetakan $V(\mathsf{H}_n)$ ke $\{1, 2, 3, \ldots, n + 4\}$.
Selanjutnya,

(a) Untuk sisi x_iv_1

$f(x_i) + f(x_iv_1) + f(v_1) = i + (2n - i + 8) + \frac{n+6}{2} = \frac{5n}{2} + 11$.

(b) Untuk sisi y_iv_1

$f(y_i) + f(y_iv_n) + f(v_n) = (n + 2 + i) + (n - i + 7) + \frac{n+4}{2} = \frac{5n}{2} + 11$.

(c) Untuk sisi v_iv_{i+1}, i ganjil

$f(v_i) + f(v_iv_{i+1}) + f(v_{i+1}) = (\frac{n+i+5}{2}) + (2n - i + 6) + \frac{i+5}{2} = \frac{5n}{2} + 11$.

(d) Untuk sisi v_iv_{i+1}, i genap

$f(v_i) + f(v_iv_{i+1}) + f(v_{i+1}) = (\frac{i+4}{2}) + (2n - i + 6) + (\frac{n+i+6}{2}) = \frac{5n}{2} + 11$.

Jadi, terbukti bahwa graph ulat H_n (n bilangan asli genap) adalah sisi ajaib super, dengan bilangan ajaib

$$k = \frac{5n}{2} + 11.$$

(2) Untuk n ganjil, definisikan fungsi f dari $V(\mathsf{H}_n) \cup E(\mathsf{H}_n)$ ke $\{1, 2, \ldots, 2n + 7\}$ dengan pengaitan sebagai berikut.

$f(x_i) = i$, untuk $i = 1, 2$.

$f(y_i) = \frac{n+2i+3}{2}$, untuk $i = 1, 2$.

$f(v_i) = \frac{n+i+8}{2}$, untuk i ganjil, $1 \le i \le n$.

$f(v_i) = \frac{i+4}{2}$, untuk i genap, $1 \le i \le n$.

$f(x_iv_1) = 2n - i + 8$, untuk $i = 1, 2$.
$f(y_iv_n) = n - i + 7$, untuk $i = 1, 2$.
$f(v_iv_{i+1}) = 2n - \mathrm{i} + 6$, untuk $i = 1, 2, \ldots, n - 1$.
Dengan mudah dapat ditunjukkan bahwa f adalah fungsi bijektif dan memetakan $V(\mathsf{H}_n)$ ke $\{1, 2, 3, \ldots, n + 4\}$.
Selanjutnya,

(a) Untuk sisi x_iv_1

$f(x_i) + f(x_iv_1) + f(\mathrm{v}_1) = i + (2n - i + 8) + \frac{n+9}{2} = \frac{5(n-1)}{2} + 15$.

(b) Untuk sisi y_iv_n

$f(y_i) + f(y_iv_n) + f(v_n) = (\frac{n+2i+3}{2}) + (n - i + 7) + \frac{2n+8}{2} = \frac{5(n-1)}{2} + 15$

(c) Untuk sisi v_iv_{i+1}, i ganjil

$f(v_i) + f(v_iv_{i+1}) + f(v_{i+1}) = (\frac{n+i+8}{2}) + (2n - i + 6) + \frac{i+5}{2} = \frac{5(n-1)}{2} + 15$.

(d) Untuk sisi v_iv_{i+1}, i genap

$f(v_i) + f(v_iv_{i+1}) + f(v_{i+1}) = (\frac{i+4}{2}) + (2n - i + 6) + (\frac{n+i+9}{2}) = \frac{5(n-1)}{2} + 15$.

Jadi, terbukti bahwa graph ulat H_n, (n bilangan asli ganjil) adalah sisi ajaib super, dengan bilangan ajaib

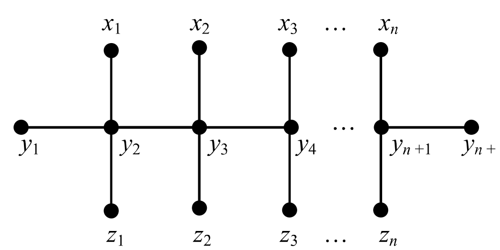
$$k = \frac{5(n-1)}{2} + 15. \square$$

Teorema 3

Graf ulat dengan himpunan derajat $D = \{1, 4\}$ dan n titik berderajat 4 adalah sisi ajaib super, dengan n bilangan asli.

Bukti

Graf ulat U_n dengan himpunan derajat $D = \{1, 4\}$ dan n titik berderajat 4, n bilangan asli, dapat digambar sebagai berikut.



Berdasarkan gambar, himpunan titik pada U_n adalah
$V(U_n) = \{x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n, y_1, y_2, y_3, \ldots, y_{n+2}, z_1, z_2, z_3, \ldots, z_n\}$ dan himpunan sisi pada U_n adalah $E(U_n) = \{x_1y_2, x_2y_3, \ldots, x_ny_{n+1}, y_1y_2, y_2y_3, \ldots, y_{n+1}y_{n+2}, z_1y_2, z_2y_3, \ldots, z_ny_{n+1}\}$.
Jadi, order U_n adalah $(3n + 2)$ dan ukurannya $(3n + 1)$.

(1) Untuk n ganjil, definisikan fungsi f dari $V(U_n) \cup E(U_n)$ ke $\{1, 2, \ldots, 6\mathrm{n} + 3\}$ sebagai berikut.

$f(x_i) = \frac{3i+1}{2}$, untuk i ganjil, $1 \le i \le n$.

$f(x_i) = \frac{3n+3i+3}{2}$, untuk i genap, $1 \le i \le n$.

$f(y_i) = \frac{3i-1}{2}$, untuk i ganjil, $1 \le i \le n + 2$.

$f(_{yi}) = \frac{3n+3i+1}{2}$, untuk i genap, $1 \le i \le n+2$.

$f(z_i) = \frac{3i+3}{2}$, untuk i ganjil, $1 \le i \le n$.

$f(z_i) = \frac{3n+3i+5}{2}$, untuk i genap, $1 \le i \le n$.

$f(y_iy_{i+1}) = 6n - 3i + 6$, $1 \le i \le n + 1$.
$f(x_iy_{i+1}) = 6n - 3i + 5$, $1 \le i \le n$.
$f(z_iy_{i+1}) = 6n - 3i + 4$, $1 \le i \le n$.
Dengan mengecek pada masing-masing interval indeks titik (genap atau ganjil) diperoleh bahwa f adalah fungsi injektif. Karena f fungsi injektif dengan domain dan kodomain yang mempunyai banyak anggota sama dan berhingga, maka f adalah fungsi surjektif. Jadi f adalah fungsi bijektif.

(a) Untuk $1 \le i \le n + 1$ dan i ganjil diperoleh

$$f(y_i) + f(y_iy_{i+1}) + f(y_{i+1}) = \left(\frac{3i-1}{2}\right) + (6n - 3i + 6) + \left(\frac{3n+3(i+1)+1}{2}\right) = \frac{15(n+1)}{2}$$

(b) Untuk $1 \le i \le n + 1$ dan i genap diperoleh

$$f(y_i) + f(y_iy_{i+1}) + f(y_{i+1}) = \left(\frac{3n+3i+1}{2}\right) + (6n - 3i + 6) + \left(\frac{3(i+1)-1}{2}\right) = \frac{15(n+1)}{2}$$

(c) Untuk $1 \le i \le n$ dan i ganjil diperoleh

$$f(x_i) + f(x_iy_{i+1}) + f(y_{i+1}) = \left(\frac{3i+1}{2}\right) + (6n - 3i + 5) + \left(\frac{3n+3(i+1)+1}{2}\right) = \frac{15(n+1)}{2}$$

(d) Untuk $1 \le i \le n$ dan i genap diperoleh

$$f(x_i) + f(x_iy_{i+1}) + f(y_{i+1}) = \left(\frac{3n+3i+3}{2}\right) + (6n - 3i + 5) + \left(\frac{3(i+1)-1}{2}\right) = \frac{15(n+1)}{2}$$

(e) Untuk $1 \le i \le n$ dan i ganjil diperoleh

$$f(z_i) + f(z_iy_{i+1}) + f(y_{i+1}) = \left(\frac{3i+3}{2}\right) + (6n - 3i + 4) + \left(\frac{3n+3(i+1)+1}{2}\right) = \frac{15(n+1)}{2}$$

(f) Untuk $1 \le i \le n$ dan i genap diperoleh

$$f(z_i) + f(z_iy_{i+1}) + f(y_{i+1}) = \left(\frac{3n+3i+5}{2}\right) + (6n - 3i + 4) + \left(\frac{3(i+1)-1}{2}\right) = \frac{15(n+1)}{2}$$

Dengan demikian diperoleh bahwa U_n adalah total sisi ajaib dengan bilangan ajaib

$$k = \frac{15n+15}{2}.$$

Selanjutnya dapat ditunjukkan bahwa f memetakan $V(U_n)$ ke $\{1, 2, \ldots, 3n + 2\}$. Jadi f adalah pelabelan sisi ajaib super pada U_n (n bilangan asli ganjil).

(2) Untuk n genap, definisikan fungsi f dari $V(U_n) \cup E(U_n)$ ke $\{1, 2, \ldots, 6n + 3\}$ sebagai berikut.

$f(x_i) = \dfrac{3i+1}{2}$, untuk i ganjil, $1 \le i \le n$.

$f(x_i) = \dfrac{3(n+i)}{2}$, untuk i genap, $1 \le i \le n$.

$f(y_i) = \dfrac{3i-1}{2}$, untuk i ganjil, $1 \le i \le n + 2$.

$f(y_i) = \dfrac{3n+3i-2}{2}$, untuk i genap, $1 \le i \le n+2$.

$f(z_i) = \dfrac{3i+3}{2}$, untuk i ganjil, $1 \le i \le n$.

$f(z_i) = \dfrac{3n+3i+2}{2}$, untuk i genap, $1 \le i \le n$.

$f(y_iy_{i+1}) = 6n - 3i + 6$, $1 \le i \le n + 1$.
$f(x_iy_{i+1}) = 6n - 3i + 5$, $1 \le i \le n$.
$f(z_iy_{i+1}) = 6n - 3i + 4$, $1 \le i \le n$.
Dengan mengecek pada masing-masing interval indeks titik (genap atau ganjil) diperoleh bahwa f adalah fungsi injektif. Karena f fungsi injektif dengan domain dan kodomain yang mempunyai banyak anggota sama dan berhingga, maka f adalah fungsi surjektif. Jadi f adalah fungsi bijektif.

(a) Untuk $1 \le i \le n + 1$ dan i ganjil diperoleh

$$f(y_i) + f(y_iy_{i+1}) + f(y_{i+1}) = \left(\frac{3i-1}{2}\right) + (6n - 3i + 6) + \left(\frac{3n+3(i+1)-2}{2}\right) = \frac{15n+12}{2}$$

(b) Untuk $1 \le i \le n + 1$ dan i genap diperoleh

$$f(y_i) + f(y_iy_{i+1}) + f(y_{i+1}) = \left(\frac{3n+3i-2}{2}\right) + (6n - 3i + 6) + \left(\frac{3(i+1)-1}{2}\right) = \frac{15n+12}{2}$$

(c) Untuk $1 \le i \le n$ dan i ganjil diperoleh

$$f(x_i) + f(_{xiyi+1}) + f(y_{i+1}) = \left(\frac{3i+1}{2}\right) + (6n - 3i + 5) + \left(\frac{3n+3(i+1)-2}{2}\right) = \frac{15n+12}{2}$$

(d) Untuk $1 \le i \le n$ dan i genap diperoleh

$$f(x_i) + f(x_iy_{i+1}) + f(y_{i+1}) = \left(\frac{3n+3i}{2}\right) + (6n - 3i + 5) + \left(\frac{3(i+1)-1}{2}\right) = \frac{15n+12}{2}$$

(e) Untuk $1 \le i \le n$ dan i ganjil diperoleh

$$f(z_i) + f(z_iy_{i+1}) + f(y_{i+1}) = \left(\frac{3i+3}{2}\right) + (6n - 3i + 4) + \left(\frac{3n+3(i+1)-2}{2}\right) = \frac{15n+12}{2}$$

(f) Untuk $1 \le i \le n$ dan i genap diperoleh

$$f(z_i) + f(z_iy_{i+1}) + f(y_{i+1}) = \left(\frac{3n+3i+2}{2}\right) + (6n - 3i + 4) + \left(\frac{3(i+1)-1}{2}\right) = \frac{15n+12}{2}$$

Dengan demikian diperoleh bahwa U_n adalah total sisi ajaib dengan bilangan ajaib

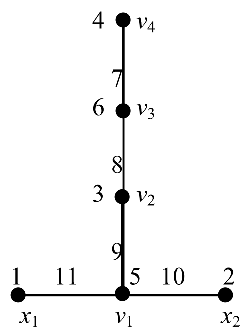
$$k = \frac{15n+12}{2}.$$

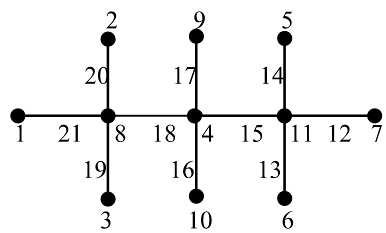
Selanjutnya dapat ditunjukkan bahwa f memetakan $V(U_n)$ ke $\{1, 2, 3, \ldots, 3n + 2\}$.

Jadi f adalah pelabelan sisi ajaib super pada U_n (n bilangan asli genap).

Berdasarkan dua kasus pada n, maka diperoleh bahwa graf ulat U_n dengan himpunan derajat $\{1, 4\}$ dan n titik berderajat empat adalah sisi ajaib super, untuk semua n bilangan asli. □

Berikut ini contoh pelabelan sisi ajaib super pada graf ulat menggunakan teorema di atas. Perhatikan bahwa label titik dan sisi sesuai dengan rumus pada teorema.





KESIMPULAN

Berdasarkan pembahasan dapat disimpulkan bahwa bahwa graf ulat bentuk ⊥, bentuk H, dan graf ulat dengan himpunan derajat $D = \{1, 4\}$ dengan n titik berderajat 4 (n bilangan asli) adalah sisi ajaib super. Pelabelan seperti yang dijelaskan dalam teorema dimungkinkan bukan satu-satunya pelabelan sisi ajaib super pada graf ulat tersebut. Dengan demikian, disarankan kepada pembaca untuk mencari rumus pelabelan yang berbeda atau melakukan penelitian pada beberapa bentuk graf yang lain.

DAFTAR PUSTAKA

[1] Bondy, J.A. & Murty, U.S.R., 2008. *Graph Theory*. New York: Springer.

[2] Chartrand, G. & Lesniak, L.. 1986. *Graf and Digraf 2nd Edition*. California: Wadsworth, Inc.

[3] Chartrand, G. dan Oellermann O.R.. 1993. *Applied and Algorithmic Graph Theory*. Singapore. McGraw-Hill, Inc.

[4] Gallian, J. A.. 2009. A Dynamic Survey of Graph Labeling, 12th Edition. *The Electronic Journal of Combinatorics*.

[5] Miller, Mirka. 2000. Open Problems in Graf Theory: Labelings and Extremal Graphs. *Prosiding Konferensi Nasional X Matematika*. Bandung, tanggal 17-20 Juli 2000.