

## PENALARAN DEDUKTIF SISWA OLIMPIADE KELAS XI DALAM MENYELESAIKAN PEMBUKTIAN MATEMATIKA BERDASARKAN GAYA KOGNITIF

Iffa Abdillah Kinasih<sup>1</sup>, Wahyu Henky Irawan<sup>2</sup>

<sup>1,2</sup>Tadris Matematika, Fakultas Ilmu Tarbiyah dan Keguruan, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim, Indonesia

[iffaabdillah@gmail.com](mailto:iffaabdillah@gmail.com)<sup>1</sup>, [henky@mat.uin-malang.ac.id](mailto:henky@mat.uin-malang.ac.id)<sup>2</sup>

### ABSTRACT

Reasoning is a process of logical thinking. Proof is a series of logical arguments to show the truth of a statement. Reasoning is needed in proving a statement. The purpose of this study is to describe the deductive reasoning of Olympiad students in solving mathematical proofs based on field independent and field dependent cognitive styles. The indicators of deductive reasoning used are compiling evidence against the correctness of solutions, checking the validity of an argument, drawing conclusions from mathematical statements. This study uses a descriptive qualitative approach, located at MAN 2 Malang City. Subject selection based on field independent-field dependent cognitive style using the GEFT questionnaire, as many as four students. The research data were in the form of answer sheets and interview transcripts and were analyzed through triangulation methods. The results showed that field independent students were able to fulfill all indicators and construct proofs using mathematical induction and Gaussian proofs correctly. Meanwhile, field dependent students cannot fulfill all indicators, and in compiling evidence using mathematical induction, students go through  $n = k$  proof, so the structure of the evidence is incomplete.

**Keywords:** Deductive Reasoning; Proof; Cognitive Style

### ABSTRAK

Penalaran merupakan proses berpikir logis. Bukti merupakan rangkaian argumen logis untuk menunjukkan kebenaran suatu pernyataan. Penalaran diperlukan dalam membuktikan suatu pernyataan. Tujuan penelitian ini untuk mendeskripsikan penalaran deduktif siswa olimpiade dalam menyelesaikan pembuktian matematika berdasarkan gaya kognitif *field independent* maupun *field dependent*. Indikator penalaran deduktif yang digunakan yaitu menyusun bukti terhadap kebenaran solusi, memeriksa keshahihan suatu argumen, menarik kesimpulan dari pernyataan matematika. Penelitian ini menggunakan pendekatan kualitatif deskriptif, berlokasi di MAN 2 Kota Malang. Pemilihan subjek berdasarkan gaya kognitif *field independent-field dependent* menggunakan angket GEFT, sebanyak empat siswa. Data hasil penelitian berupa lembar jawaban dan transkrip wawancara serta dianalisis melalui triangulasi metode. Hasil penelitian menunjukkan bahwa siswa *field independent* dapat memenuhi seluruh indikator dan menyusun pembuktian menggunakan induksi matematika maupun bukti Gauss dengan tepat. Sedangkan siswa *field dependent* tidak dapat memenuhi seluruh indikator, dan dalam menyusun bukti menggunakan induksi matematika, siswa melewati pembuktian  $n=k$ , sehingga susunan bukti tidak lengkap.

**Kata-Kata Kunci:** Penalaran Deduktif; Pembuktian; Gaya Kognitif

## PENDAHULUAN

Penalaran merupakan proses berpikir logis untuk menarik suatu kesimpulan. Penalaran menurut Adib merupakan cara berpikir dengan mengaitkan dua atau lebih pemikiran dengan tujuan untuk mendapatkan pengetahuan baru namun tetap memperhatikan asas-asas pemikiran (dalam Sobur, 2015). Penalaran merupakan kemampuan fundamental yang diperlukan dalam pembelajaran matematika di setiap jenjang pendidikan (Rohmah, 2021:8). Matematika dan penalaran merupakan suatu hal yang tidak dipisahkan dan saling berkaitan satu dengan yang lainnya. Hal ini dikarenakan matematika dipahami melalui bernalar dan penalaran dipelajari dan dipahami melalui matematika (Nazariah, 2022). Berdasarkan penjelasan tersebut, penalaran merupakan hal yang penting dalam kegiatan pembelajaran matematika. Kegiatan bernalar membantu siswa untuk memahami dan menyelesaikan masalah matematika.

Pada siswa jenjang menengah atas, mulai dipelajari materi dasar pembuktian matematika diantaranya pembuktian langsung, tak langsung dan induksi matematika. Pada materi tersebut, siswa diajarkan untuk dapat menyusun bukti-bukti matematis. Bukti sendiri dalam matematika merupakan rangkaian argumen logis untuk menunjukkan kebenaran dari pernyataan (Huda dkk, 2018). Epstein & Levy (2010) menyatakan bahwa bukti (*proof*) berarti menguji atau mencoba menghilangkan keraguan. Berdasarkan hal tersebut, pembuktian bertujuan untuk meyakinkan bahwa pernyataan yang diasumsikan benar adalah memang benar (Education Development Center, 2002). Bukti matematis dapat membantu siswa untuk meningkatkan kemampuan bernalar, berpikir, dan berpikir tingkat tinggi. Sehingga kegiatan pembuktian termasuk dalam kemampuan bernalar.

Penalaran terdiri dari dua jenis, yaitu penalaran induktif dan penalaran deduktif (Keraf, 2007). Penalaran induktif merupakan penarikan kesimpulan dari hal yang bersifat khusus ke umum, sedangkan penalaran deduktif merupakan penarikan kesimpulan dari hal umum ke khusus (Fadjrin, 2013). Salah satu jenis penalaran yang digunakan dalam pembuktian matematika adalah penalaran deduktif. Penalaran deduktif dalam buku Nazariah (2022) menurut Sumarno merupakan penarikan kesimpulan berdasarkan aturan yang telah disetujui. Penalaran deduktif sangat penting dalam matematika. Menurut Nazariah (2022) matematika merupakan ilmu deduktif, hal ini disebabkan generalisasi dari sifat, teori atau dalil dapat diterima kebenarannya setelah dibuktikan secara deduktif. Selain itu, menyusun bukti-bukti menggunakan bukti langsung, tidak langsung dan induksi matematika merupakan salah satu kegiatan dalam melakukan penalaran deduktif.

Proses bernalar setiap orang berbeda-beda. Salah satu hal yang mempengaruhi proses bernalar siswa adalah cara mengolah informasi maupun pengetahuan yang diterima oleh siswa. Cara mengolah dan mengorganisasikan informasi dan pengetahuan ini disebut sebagai gaya kognitif. Menurut Susanto (2015), gaya kognitif didefinisikan sebagai metode seseorang dalam memproses, mengorganisasikan beserta mengolah informasi untuk merespon suatu tugas ataupun aktivitas yang ada di sekitar. Hsiao (2000:1) menyatakan bahwa gaya kognitif mencakup beberapa variabel dengan suatu dikotomi, seperti global-holistik yang terpusat pada detail, *field dependent* dan *field independent* atau otak kiri dan otak kanan.

Menurut Wulandari (2017) gaya kognitif *field dependent* merupakan suatu gaya kognitif yang memiliki kecenderungan dalam menyatakan permasalahan secara utuh atau keseluruhan dan tidak memaparkannya dalam bagian-bagian terpisah. Sedangkan gaya

kognitif *field independent* merupakan suatu gaya kognitif yang memiliki kecenderungan dalam menyatakan permasalahan secara terperinci, dengan memaparkan suatu masalah dalam bagian terpisah dan mengetahui hubungan antar bagian tersebut. Berdasarkan perbedaan proses pengolahan informasi tersebut, dapat mempengaruhi proses bernalar siswa dalam menyelesaikan masalah.

Berbeda dengan siswa biasa, siswa olimpiade terbiasa mengerjakan soal-soal dengan level yang lebih sulit. Siswa olimpiade dalam menyelesaikan soal yang sulit cenderung menggunakan proses bernalar agar dapat menyelesaikan soal tersebut dengan benar dan tepat. Berbeda dengan soal olimpiade pada umumnya, peneliti ingin mengetahui proses bernalar siswa tersebut dalam menyelesaikan masalah pembuktian matematika. Maka dari itu, peneliti ingin mengetahui proses bernalar deduktif siswa Olimpiade dalam menyelesaikan masalah pembuktian matematika.

Adapun rumusan dan tujuan dari penelitian ini adalah untuk mendeskripsikan penalaran deduktif siswa olimpiade dengan gaya kognitif *field independent* dan *field dependent* dalam menyelesaikan pembuktian matematika. Melalui penelitian ini diharapkan dapat memberikan manfaat dalam pendidikan di Indonesia pentingnya penalaran dalam memahami materi dan menyelesaikan masalah matematika.

## KAJIAN LITERATUR

### Penalaran Deduktif

Keraf (2007:5) dalam bukunya menyatakan bahwa penalaran atau *reasoning* merupakan suatu proses berpikir logis yang mengaitkan fakta-fakta dan bukti-bukti yang telah diketahui menuju kepada sebuah kesimpulan. Pesce (dalam Sumartini, 2015) menyebutkan bahwa penalaran deduktif merupakan proses berpikir logis dan pengetahuan dasar atau pengalaman umum yang mengarahkan pada suatu kesimpulan untuk sesuatu yang lebih spesifik atau khusus. Menurut Palupi, penalaran deduktif adalah penalaran untuk pengambilan kesimpulan yang menunjukkan langkah logis suatu bukti yang bersifat umum (dalam Awanis, 2019). Dengan demikian dapat disimpulkan bahwa penalaran deduktif merupakan proses berpikir logis untuk memperoleh suatu kesimpulan dari pernyataan yang bersifat umum dengan diikuti pernyataan yang bersifat khusus.

Penalaran deduktif menurut Rich & Thomas (2009) terdapat tiga langkah dalam proses pengambilan kesimpulan secara deduktif yaitu, 1) membuat sebuah pernyataan umum berdasarkan keseluruhan himpunan atau klasifikasi benda, 2) membuat pernyataan khusus tentang satu atau beberapa anggota himpunan atau klasifikasi yang mengacu pada pernyataan umum dan 3) membuat deduksi yang dilakukan secara logis ketika pernyataan umum diterapkan pada pernyataan khusus. Sedangkan indikator penalaran deduktif menurut Soedjadi (Kusumaningrum, 2007) adalah 1) Menyusun bukti terhadap kebenaran solusi. 2) Mampu memeriksa keshahihan suatu argumen. 3) Mampu menarik kesimpulan dari pernyataan matematika dalam soal matematika.

**Tabel 1. Indikator Penalaran Deduktif**

| Indikator Penalaran Deduktif             | Sub Indikator Penalaran Deduktif                                             |
|------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------|
| Menyusun bukti terhadap kebenaran solusi | Siswa menyusun atau mengumpulkan bukti sehingga memperoleh solusi yang tepat |
| Memeriksa keshahihan suatu argumen       | Siswa memeriksa keshahihan suatu argumen/solusi                              |
| Menarik kesimpulan dari pernyataan       | Siswa dapat menarik kesimpulan dari pernyataan                               |

## Pembuktian

Bukti adalah argumen logis yang menetapkan kebenaran dari suatu pernyataan (Education Development Center, 2002). Di dalam matematika, bukti merupakan kumpulan argumen-argumen logis yang mendeskripsikan kebenaran suatu pernyataan. Ada beberapa metode pembuktian dalam matematika diantaranya (a) bukti langsung, (b) bukti tak langsung, (c) bukti kosong, (d) bukti trivial, (e) kontradiksi, (f) bukti dengan eksistensial, (g) bukti ketunggalan, (h) bukti dengan *counter example*, (i) induksi matematika, (j) bukti dua arah. Dalam pembuktian matematika SMA, siswa hanya mempelajari tiga diantaranya yaitu bukti langsung, bukti tak langsung, dan induksi matematika (Education Development Center, 2002).

Hanna (1990) menyebutkan bahwa pembuktian terdiri dari dua jenis, yaitu bukti yang membuktikan dan bukti yang menjelaskan.

### 1) Bukti yang membuktikan

Bukti yang membuktikan merupakan bukti yang bertujuan untuk menunjukkan bahwa teorema yang diberikan tersebut valid. Bukti yang membuktikan untuk membuktikan pernyataan matematika yang semesta himpunannya bilangan asli dapat diperoleh menggunakan induksi matematika. Dalam pembuktian ini, menggunakan prinsip induksi matematika yaitu 1) *basic step* (membuktikan  $p(1)$  benar) dan 2) *induction step* (Jika  $p(k)$  benar, maka  $p(k+1)$  benar untuk setiap  $k$  bilangan asli)

### 2) Bukti yang menjelaskan

Bukti yang menjelaskan merupakan bukti yang menunjukkan kebenaran dari suatu teorema, sekaligus memberikan alasan yang berasal dari kenyataan atau fenomena itu terjadi (Hanna, 1990). Ada banyak cara untuk mendapatkan bukti yang menjelaskan, diantaranya yaitu menggunakan bukti gauss, representasi geometri bangun titik dan garis zig zag. Pada siswa menengah atas, bukti yang menjelaskan untuk rumus barisan dan deret seringkali menggunakan bukti Gauss.

## Gaya Kognitif

Gaya kognitif merupakan karakteristik belajar siswa dalam memahami, mengorganisasikan, mengelompokkan, memproses suatu informasi atau pengetahuan yang diterima (Susanto, 2015). Darmono (2012) menyebutkan gaya kognitif itu sendiri dapat dibedakan menjadi beberapa jenis, salah satunya berdasarkan perbedaan aspek psikologis yang terdiri atas *field dependent* dan *field independent*.

1) *Field independent* merupakan kecenderungan seseorang menerima bagian-bagian teori pemecahan masalah dari informasi menyeluruh dan mampu menganalisis informasi kedalam komponen-komponennya. *Field independent* dikenal sebagai *analytical thinkers*, karena mampu memproses informasi menyeluruh menjadi lebih terperinci dan mampu mengelola informasi tersebut dengan lebih mudah serta cenderung menyukai analisis dalam masalah.

2) *Field dependent* merupakan kecenderungan seseorang dalam menerima suatu informasi sebagai satu kesatuan yang utuh, sehingga seseorang tersebut sulit dalam menganalisis atau memecah informasi atau pengetahuan menjadi bagian-bagian yang lebih detail. *Field dependent* dikenal sebagai *global thinkers* karena mengelola secara menyeluruh

dan condong menerima suatu informasi dengan mengandalkan kemampuan menghafal yang dimilikinya (Liu & Ginther, 1999).

## METODE

Pendekatan pada penelitian ini menggunakan pendekatan kualitatif dengan jenis penelitian deskriptif yang bertujuan untuk mendeskripsikan penalaran siswa dalam pembuktian matematika berdasarkan gaya kognitif. Penelitian ini dilakukan di MAN 2 Kota Malang pada bulan Maret-Mei 2023. Subjek pada penelitian ini adalah siswa kelas olimpiade kelas XI. Dalam kelas ini, berisi siswa olimpiade dari berbagai mata pelajaran di bidang sains, seperti matematika, astronomi, kebumihan, geografi, biologi dan sebagainya. Pemilihan subjek penelitian berdasarkan skor angket GEFT yang dikembangkan oleh Witkin. Siswa dengan skor 10-18 tergolong siswa *field independent*, sedangkan siswa dengan skor 0-9 tergolong siswa *field dependent*. Berdasarkan hasil perolehan skor, diambil empat siswa atau masing-masing gaya kognitif sebanyak dua siswa.

Instrumen utama penelitian ini adalah peneliti sendiri dan instrumen pendukung yaitu test GEFT, soal tes dan pedoman wawancara yang telah divalidasi. Teknik pengumpulan data pada penelitian ini melalui tes tulis dan wawancara. Berdasarkan hal tersebut, diperoleh data hasil penelitian berupa lembar hasil jawaban dan transkrip hasil wawancara. Peneliti dalam mengecek keabsahan data menggunakan triangulasi metode. Data yang dikumpulkan pada penelitian ini dianalisis menggunakan tahapan menurut (Miles & Huberman, 1992) yaitu dengan membandingkan data yang diperoleh, apakah data tersebut sesuai atau tidak. Data dikatakan valid apabila data tersebut sama atau sesuai. Berikut tahap analisis data yang dilakukan 1) reduksi data, 2) penyajian data, dan 3) penarikan kesimpulan.

## HASIL

Pada bagian ini, dijelaskan terkait hasil penelitian penalaran deduktif siswa dalam pembuktian matematika. Subjek pada penelitian ini diperoleh berdasarkan hasil tes GEFT yang diikuti oleh 16 siswa olimpiade kelas XI. Berdasarkan hasil tes tersebut diambil dua siswa dengan gaya kognitif *field independent* dan dua siswa dengan gaya kognitif *field dependent*. Berikut adalah daftar subjek penelitian yang disajikan pada Tabel 2.

**Tabel 1. Daftar Subjek Penelitian**

| No. | Inisial | Gaya Kognitif | Skor | Kode |
|-----|---------|---------------|------|------|
| 1.  | JSP     | FI            | 17   | S1   |
| 2.  | BAP     | FI            | 17   | S2   |
| 3.  | IFA     | FD            | 9    | S3   |
| 4.  | NJN     | FD            | 6    | S4   |

Subjek penelitian yang terpilih kemudian diberikan tes matematika terkait pembuktian matematika sebanyak satu soal untuk mengetahui penalaran deduktif siswa. Berikut adalah data hasil penelitian yang diperoleh.

### 1. Paparan dan Analisis Subjek S1 dengan Gaya Kognitif *Field Independent*

#### a. Menyusun Bukti terhadap Kebenaran Solusi

n genap  $\rightarrow 2n$

$$2 + 4 + 6 + \dots + 2n = n(n+1)$$

$$S_n = \frac{1}{2} n (a + U_n)$$

$$n(n+1) = \frac{1}{2} n (2 + 2n)$$

$$= n(1+n)$$

$$n(n+1) = n(1+n)$$

+ pembuktian

$$S_n = 2 + 4 + 6 + 8 + \dots + 2(n-3) + 2(n-2) + 2(n-1) + 2n$$

n bilangan

$$S_n = \underbrace{(2n+2) + (2n-2+4) + (2n-4+6) + \dots}_{\frac{1}{2}n}$$

$$S_n = \frac{1}{2} n \cdot (2n+2)$$

$$= \frac{1}{2} n \cdot 2(n+1)$$

$$= n(n+1) \quad \text{terbukti}$$

b. Memeriksa Keshahihan suatu Argumen

$$2 + 4 + \overset{\substack{\uparrow \\ 6 = \frac{1}{2} \cdot 12}}{6} + 8 + 10 = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 12 = 30$$

33

yang digunakan dengan memisalkan  $n=5$ . Kemudian dijabarkan dengan bentuk umum induksi matematika, dan subjek S1 menjumlahkan bilangan pertama dan bilangan terakhir menghasilkan hasil 12. Bilangan kedua dan bilangan kedua terakhir dan memperoleh hasil 12, dan seterusnya kemudian membandingkan penjumlahan tersebut dengan rumus  $S_n$  yang telah dibuktikan. Dikarenakan hasil keduanya sama, maka subjek S1, menyatakan telah memeriksa pembuktian yang dilakukan dengan benar. Berdasarkan hal tersebut, *subjek S1 mampu memeriksa keshahihan suatu argumen dengan lengkap dan benar.*

c. Menarik Kesimpulan dari Pernyataan Matematika dalam Soal Matematika

Pada bagian sebelumnya, subjek S1 menyatakan bahwa bukti yang disusun telah benar dan menyatakan bahwa pernyataan yang dibentuk terbukti. Berdasarkan hal tersebut, *subjek S1 mampu menarik kesimpulan dari pernyataan matematika dalam soal matematika dengan tepat.*

## 2. Paparan dan Analisis Subjek S2 dengan Gaya Kognitif *Field Independent*

a. Menyusun Bukti terhadap Kebenaran Solusi

Gambar 3. Jawaban S2 dalam Menyusun Bukti terhadap Kebenaran Solusi

Diketahui barisan bil. bulat genap positif  
 $2, 4, 6, \dots, 2n$   
 maka kita dapat rumus  
 $U_n = 2n$   
 Selanjutnya, untuk menentukan  $S_n$   

$$S_n = \frac{n}{2} (U_1 + U_n)$$

$$S_n = \frac{n}{2} (2 + 2n)$$

$$= n(n+1) \quad \text{dengan } S_n = U_1 + U_2 + U_3 + U_4 + \dots + U_n \dots \textcircled{1}$$
  
 Pembuktian melalui Induksi Matematika :  
 •> Substitusi  $n = 1$  pada  $\textcircled{1}$   
 maka  
 $S_1 = U_1$  (Benar)  
 $U_1 = 2$   
 •> Substitusi  $n = k$  pada  $\textcircled{1}$   
 $S_k = U_1 + U_2 + U_3 + \dots + U_k$  ~~(Benar)~~  $\rightarrow k(k+1) = k(k+1)$   
 $S_k = k(k+1)$   
 •> Substitusi  $n = k+1$  pada  $\textcircled{1}$   
 $S_{k+1} = U_1 + U_2 + U_3 + U_4 + \dots + U_k + U_{k+1}$   
 ~~$S_k$~~   $= S_k + U_{k+1}$   
 $(k+1)(k+2) = k(k+1) + U_{k+1}$   
 $(k+1)(k+2) = (k+1)(k+2)$  (Benar)

Berdasarkan Gambar 3. tersebut, subjek S2 menyusun pembuktian adalah dengan menuliskan informasi dan melakukan perhitungan untuk mencari rumus barisan dan deret aritmatika yang dibutuhkan dalam menyusun bukti. Kemudian subjek S1 membuat pernyataan umum induksi matematika. Pada tahap pembuktian, subjek S2 menggunakan rumus induksi matematika yaitu  $n=1$ ,  $n=k$  dan  $n=k+1$ . Berdasarkan pembuktian yang disusun tersebut, subjek S2 menyatakan bahwa pernyataan yang dibuat tersebut terbukti. Berdasarkan analisis langkah-langkah yang dijelaskan, subjek S2 *menyusun bukti terhadap kebenaran solusi dengan tepat.*

b. Memeriksa Keshahihan suatu Argumen

Gambar 4. Jawaban S2 dalam Memeriksa Keshahihan suatu Argumen

Pembuktian Uji nilai  
 $2, 4, 6, 8, 10, \dots$   
 $n = 4$   
 $S_n = 1(4+1) = 4 \cdot 5 = 20$   
 $= 2 + 4 + 6 + 8 = 20$

Berdasarkan Gambar 4. subjek S2 meyakini bahwa jawaban yang diberikan telah terbukti benar. Subjek S2 kemudian memastikan kebenaran tersebut dengan melakukan uji nilai. Uji nilai dilakukan dengan memisalkan sebarang nilai  $n=4$  kemudian mensubstitusikannya ke dalam persamaan  $S_n$  yang dibuktikan, kemudian memperoleh hasil 20. Hasil tersebut di bandingkan dengan penjumlahan empat barisan bilangan bulat genap positif pertama yaitu  $2+4+6+8$  dan memperoleh hasil sama yaitu 20. Berdasarkan data tersebut subjek S2 memeriksa keshahihan argumen dengan tepat.

c. Menarik Kesimpulan dari Pernyataan Matematika dalam Soal Matematika

Pada bagian sebelumnya, subjek S2 menyatakan bahwa bukti yang disusun telah benar dan menyatakan bahwa pernyataan jumlah  $n$  bilangan bulat genap positif pertama adalah  $n(n+1)$  terbukti. Berdasarkan hal tersebut, subjek S1 menarik kesimpulan dari pernyataan matematika dalam soal matematika dengan tepat.

3. Paparan dan Analisis Subjek S3 dengan Gaya Kognitif *Field Dependent*

a. Menyusun Bukti terhadap Kebenaran Solusi

Gambar 5. Jawaban S3 dalam Menyusun Bukti terhadap Kebenaran Solusi

$\frac{n(n+1)}{2}$   
 $\hookrightarrow n=1 \rightarrow 2+1=3$   
 $2(1+1) = 4$   
 $\hookrightarrow n=2 \rightarrow 2+4+6 = 12$   
 $2(2+1) = 6$   
 $\hookrightarrow n=3 \rightarrow 2+4+6 = 12$   
 $3(3+1) = 12$   
 $\hookrightarrow n=n+1$   
 $2+4+\dots+2(n) = n(n+1)$   
 $2+4+\dots+2(n)+2(n+1) = (n+1)(n+2)$   
 $n(n+1) + 2(n+1) = (n+1)(n+2)$   
 $(n+1)(n+2) = (n+1)(n+2) \rightarrow \text{terbukti}$

Berdasarkan Gambar 5. subjek S3 dalam menyusun bukti terhadap kebenaran solusi dengan menggunakan induksi matematika. Subjek S3 tidak lengkap dalam menyebutkan

informasi dalam soal, hanya menuliskan rumus deret aritmatika dan tanpa membuat pernyataan umum induksi matematika terlebih dahulu subjek S3 melakukan pembuktian matematika dengan membuktikan  $n=1$ ,  $n=2$ , dan  $n=3$ . Pada setiap pembuktian tersebut, subjek membandingkan nilai yang diperoleh dengan jumlah  $n$  bilangan bulat genap positif pertama dan memperoleh nilai sama dengan rumus deret, sehingga subjek S3 menyatakan ketiga pernyataan tersebut terbukti. Setelah itu, subjek S3 membuktikan untuk  $n=1$  dengan menyusun bentuk umum induksi matematika dengan tepat, sehingga subjek S3 menyatakan bahwa pernyataan tersebut telah terbukti benar. Sehingga, *subjek S3 mampu menyusun bukti terhadap kebenaran solusi dengan tepat namun tidak lengkap*.

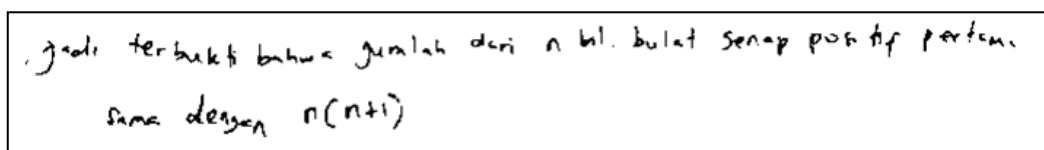
b. Memeriksa Keshahihan suatu Argumen

- P : Sudah yakin ini dek sama buktinya?  
S : Ehm.. iya gitu, yakin.  
P : Nah, langkah induksi matematika itu ada berapa dek?  
S : Tiga kayaknya  
P : Nah ada 3 kan, kira-kira itu apa aja dek?  
S : Hm... (bingung)  
P : Caranya memastikan jawaban ini benar bagaimana? Mungkin di cek ulang jawabannya atau menggunakan contoh?  
S : Disitu saya beri contoh  $n=2$  dan  $n=3$ . Dan hasilnya sudah sesuai antara yang atas (rumus deret) dan bawah (pernyataan induksi).  
P : Berarti sudah cukup dengan contoh di awal ini dek ya?  
S : Iya.

Subjek S3 menyatakan bahwa telah yakin telah memeriksa keshahihan suatu argumen dan meyakini bahwa pembuktian yang dilakukan benar. Subjek S3 hanya melakukan pengecekan ulang jawaban kembali dan menyatakan telah mengecek jawaban pada tahap awal dengan membandingkan jawaban  $n=2$  dan  $n=3$  dengan rumus dan penjumlahan barisan bilangan. Siswa tidak ingat pada pembuktian  $n=k$ . Sehingga siswa melakukan kesalahan jawaban kurang dapat mengidentifikasi letak kesalahannya. Sehingga, subjek S3 mampu memeriksa keshahihan suatu argumen yang dilakukan. Oleh karena siswa *field dependent* tidak memahami langkah induksi matematika dengan tanpa menganalisis langkah-langkahnya, oleh karena itu, siswa *field dependent* disebut sebagai "*global thinkers*" (Darmono, 2012).

c. Menarik Kesimpulan dari Pernyataan Matematika dalam Soal Matematika

Gambar 6. Jawaban S3 dalam Menarik Kesimpulan dari Pernyataan Matematika dalam Soal Matematika



Berdasarkan Gambar 6. subjek S4 menyatakan bahwa terbukti benar jumlah  $n$  bilangan genap positif pertama adalah  $n(n+1)$  sesuai dengan langkah-langkah pembuktian dan

pemeriksaan yang dilakukan. Oleh karena itu, subjek S2 menarik kesimpulan dari pernyataan matematika dengan tepat.

#### 4. Paparan dan Analisis Subjek S4 dengan Gaya Kognitif *Field Dependent*

##### a. Menyusun Bukti terhadap Kebenaran Solusi

Gambar 7. Jawaban S4 dalam Menyusun Bukti terhadap Kebenaran Solusi

$$\begin{aligned}
 &1. \quad 2 + 4 + 6 + 8 + \dots + n = n(n+1) \\
 &\text{misal } n = 1 \\
 &\quad n(n+1) = 1(1+1) \\
 &\quad \quad \quad = 1(2) \\
 &\quad \quad \quad = 2 \rightarrow \text{terbukti} \\
 &\text{misal } n \rightarrow k \\
 &\quad 2 + 4 + 6 + 8 + \dots + k = k(k+1) \\
 &\quad \quad \quad = k^2 + k \\
 &\text{misal } n \rightarrow k+1 \\
 &\quad 2 + 4 + 6 + 8 + \dots + k + k+1 = (k+1)(k+1+1) \\
 &\quad \quad \quad = (k+1)(k+2) \\
 &\quad \quad \quad = k^2 + 2k + 1k + 2 \\
 &\quad \quad \quad = k^2 + 3k + 2
 \end{aligned}$$

Berdasarkan Gambar 7. subjek S4 dalam menyusun bukti terhadap kebenaran solusi adalah dengan menggunakan induksi matematika. Tanpa melalui perhitungan rumus subjek S4 membuat pernyataan induksi matematika yang akan dibuktikan. Dalam membuat pernyataan induksi matematika tersebut, subjek S4 melakukan kesalahan pada rumus suku ke- $n$ , sehingga pernyataan umum induksi matematika tersebut tidak tepat. Pada langkah pertama, subjek S4 membuktikan  $n=1$  dengan tepat. Pada langkah kedua, subjek S4 mengasumsikan benar untuk  $n=k$ , dengan kurang tepat pada rumus suku ke- $n$ . Pada langkah ketiga, subjek S4 membuktikan  $n=k+1$  berlaku benar dengan mensubstitusikan nilai tersebut kepada pernyataan induksi matematika. Pada tahap ini, subjek S4 mengalami kesulitan dalam membuktikan langkah ini agar menjadi terbukti. Sehingga pernyataan  $n=k+1$  tersebut belum terbukti. Oleh karena itu, induksi matematika menurut subjek S4 belum terbukti, dan subjek S4 menyusun bukti terhadap kebenaran solusi dengan tidak tepat.

##### b. Memeriksa Keshahihan suatu Argumen

- P : Jadi bagaimana dek hasil langkah ketiganya?  
 S : Belum tahu, lupa caranya  
 P : Tadi sudah diperiksa dulu dek sebelum dikumpulkan?  
 S : Sudah (di cek), tapi saya berhenti di langkah ini  
 P : Kamu ada cara lain untuk membuktikannya dek, atau mungkin sudah tahu letak kesalahannya dimana?  
 S : Saya tidak tahu  
 P : Yakin, caranya benar dek?  
 S : Tidak

Subjek S4 telah melakukan peninjauan ulang pengerjaan, namun subjek S4 menunjukkan ketidakyakinan dalam pembuktian yang dilakukan dan dalam memeriksa kebenaran pernyataan matematis tersebut, subjek S4 belum menyelesaikan bukti dan tidak mengetahui alternatif lain dalam membuktikan pernyataan. Oleh karena itu, *subjek S4 tidak tepat dalam memeriksa keshahihan suatu argumen*. Siswa *field dependent* hanya melakukan pengecekan ulang jawaban kembali tanpa melakukan uji nilai dan tidak mengetahui letak kesalahan pada suku ke- $n$  dan pembuktian tahap  $n=k+1$ .

c. Menarik Kesimpulan dari Pernyataan Matematika dalam Soal Matematika

P : Berarti, kesimpulannya apa?  
S : Belum terbukti

Berdasarkan penyelesaian yang dilakukan sebelumnya dalam menarik kesimpulan dari pernyataan matematika dalam soal matematika, subjek S4 belum menyelesaikan hasil jawaban dari tes tulis dan tidak diberikan kata kesimpulan pada akhir pengerjaan tes dan menyatakan bahwa subjek belum menyelesaikan langkah pembuktian induksi matematika sehingga pernyataan yang dibuat belum terbukti. Berdasarkan hal tersebut, *subjek S4 tidak tepat dalam menarik kesimpulan dari pernyataan matematika dalam soal matematika*.

## PEMBAHASAN

Berdasarkan hasil penelitian subjek dengan gaya kognitif *field independent*, diperoleh bahwa subjek S1 dalam menyusun bukti terhadap kebenaran solusi melakukan pembuktian dengan menggunakan bukti Gauss. Kemudian melakukan pengecekan jawaban dengan membandingkan rumus yang dibuktikan dan penjumlahan barisan bilangan dengan tepat, sehingga subjek S1 memeriksa keshahihan suatu argument dengan tepat. Kemudian pembuktian tersebut terbukti, dan subjek S1 menarik kesimpulan pernyataan matematika dalam soal dengan tepat. Berdasarkan pembuktian yang dilakukan tersebut, siswa *field independent* mampu mengorganisasikan dan menganalisis cara penyelesaian tersendiri dengan tepat. Sejalan dengan hal ini, Darmono (2012) menyatakan siswa *field independent* cenderung mampu menganalisis dan mampu mengorganisasikan informasi atau pengetahuan yang diterima sendiri, sehingga dikenal sebagai “analytical thinkers”.

Sedangkan subjek S2 dalam menyusun bukti terhadap kebenaran solusi melakukan pembuktian dengan menggunakan induksi matematika dengan tepat. Kemudian melakukan pengecekan jawaban dengan menggunakan uji nilai, yaitu membandingkan rumus yang dibuktikan dan penjumlahan barisan bilangan dengan tepat, sehingga subjek S2 memeriksa keshahihan suatu argument dengan tepat. Berdasarkan hal tersebut, pembuktian tersebut terbukti, dan subjek S1 menarik kesimpulan pernyataan matematika dalam soal dengan tepat. Siswa mampu menyusun pembuktian menggunakan induksi matematika, sesuai dengan prinsip dari induksi matematika (Ariyana et al., 2018) yaitu 1) *basic step* dengan membuktikan benar untuk  $n=1$  dan 2) *induction step* dengan memisalkan benar untuk setiap  $n=k$  dan kemudian membuktikan benar untuk  $n=k+1$ . Dalam hal ini, siswa dengan gaya kognitif *field independent* mampu menyusun pembuktian sesuai dengan prinsip induksi matematika dengan tepat.

Berdasarkan hasil penelitian subjek dengan gaya kognitif *field dependent*, diperoleh bahwa subjek S3 dalam menyusun bukti terhadap kebenaran solusi melakukan pembuktian dengan menggunakan induksi matematika. Berbeda dengan siswa *field independent*, siswa *field dependent* tidak membuktikan benar untuk  $n=k$ , sehingga terdapat langkah induksi

matematika yang terlewat. Senada dengan Susanto (2015), siswa *field dependent* dalam menyusun bukti menggunakan induksi matematika, mampu menyusun sesuai dengan prinsip induksi matematika dengan tepat namun siswa akan lebih mudah mengalami kesalahan apabila lupa terhadap rumus induksi matematika atau tidak memahami proses induksi matematika dengan baik. Kemudian melakukan pengecekan jawaban dengan uji nilai yaitu membandingkan rumus yang dibuktikan dan penjumlahan barisan bilangan dengan tepat, sehingga subjek S3 memeriksa keshahihan suatu argument dengan tepat. Kemudian pembuktian tersebut terbukti, dan subjek S3 menarik kesimpulan pernyataan matematika dalam soal dengan tepat. Sesuai dengan ciri siswa *field dependent* yang dijabarkan oleh Liu & Ginther (1999) dan penelitian (Erviana, 2019) bahwa siswa *field dependent* cenderung melakukan penyelesaian sesuai dengan yang pernah dipelajari dan tidak mencoba alternatif pembuktian lain, selain itu siswa juga membutuhkan bimbingan dalam menyelesaikan masalah yang sedang dihadapi

Sedangkan subjek S4 dalam menyusun bukti terhadap kebenaran solusi melakukan pembuktian dengan menggunakan induksi matematika. Pada tahap ini, subjek S4 tidak tepat dalam membuat pernyataan induksi matematika, dikarenakan kesalahan dalam menentukan rumus suku ke- $n$ . Berdasarkan kesalahan subjek S4 dalam merumuskan suku ke- $n$  dan kesalahan pada pembuktian  $n=k+1$ , sehingga siswa *field dependent* tidak memahami langkah induksi matematika dengan tanpa menganalisis langkah-langkahnya, oleh karena itu, siswa *field dependent* disebut sebagai “*global thinkers*” (Darmono, 2012).. Pada tahap  $n=k+1$ , subjek S4 belum membuktikan pernyataan tersebut, dikarenakan tidak ingat langkah penyelesaiannya. Kemudian melakukan pengecekan jawaban dengan memeriksa kembali jawaban namun tidak memperbaiki letak kesalahan yang dibuat. Berdasarkan hal tersebut, pembuktian tersebut tidak terbukti. Sehingga subjek S4 tidak menarik kesimpulan suatu pernyataan matematika dengan tidak tepat. Oleh karena itu menurut (Basir, 2015) siswa *field dependent* perlu bimbingan dari orang lain untuk mengetahui letak kesalahan dalam pengerjaan soal.

## SIMPULAN

Hasil dari penelitian ini menunjukkan bahwa 1) siswa dengan gaya kognitif *field independent* dapat memenuhi seluruh indikator penalaran deduktif. Siswa *field independent* dapat menyusun pembuktian menggunakan induksi matematika maupun bukti Gauss dengan tepat. Sedangkan 2) siswa dengan gaya kognitif *field dependent* tidak dapat memenuhi seluruh indikator penalaran deduktif. Siswa *field dependent* dapat menyusun bukti menggunakan induksi matematika, namun siswa melewati pembuktian  $n=k$ , sehingga susunan bukti menggunakan induksi matematika tidak lengkap. Apabila melakukan kesalahan, siswa *field dependent* tidak mampu mengetahui letak kesalahan yang dibuat. Berdasarkan hal tersebut, peneliti lainnya diharapkan dapat mengembangkan penelitian terkait penalaran dalam membuktikan matematika, baik dari segi materi atau metode pembuktian yang digunakan.

## REFERENSI

Ariyana, Y., Pudjiastuti, A., Bestary, R., & Zamroni. (2018). Buku Pegangan Pembelajaran Keterampilan Berpikir Tingkat Tinggi Berbasis Zonasi. *Buku Pegangan Pembelajaran Berorientasi Pada Keterampilan Berfikir Tingkat Tinggi*, 1–87.

- [https://repositori.kemdikbud.go.id/11316/1/01.\\_Buku\\_Pegangan\\_Pembelajaran\\_HOTS\\_2018-2.pdf](https://repositori.kemdikbud.go.id/11316/1/01._Buku_Pegangan_Pembelajaran_HOTS_2018-2.pdf)
- Awanis, R. F. (2019). Analisis Kemampuan Penalaran Deduktif Siswa dalam Menyelesaikan Masalah Matematika Ditinjau dari Self Efficacy. In *Skripsi*.
- Basir, M. A. (2015). Kemampuan Penalaran Siswa dalam Pemecahan Masalah Matematis Ditinjau dari Gaya Kognitif. *Jurnal Pendidikan Matematika FKIP Unissula*, 3(1), 106–114.
- Brown, K. E., & Saeed, T. (2015). Radicalization and counter-radicalization at British universities: Muslim encounters and alternatives. *Ethnic and Racial Studies*, 38(11), 1952–1968. <https://doi.org/10.1080/01419870.2014.911343>
- Darmono, A. (2012). Identifikasi Gaya Kognitif Peserta Didik dalam Belajar. *Al Mabsut: Jurnal Studi Islam Dan Sosial*, Vol. 3(No. 1), 1–6.
- Education Development Center. (2002). *Making Mathematics: Proof*. 1–51.
- Epstein, D., & Levy, S. (2010). Experimentation and Proof in Mathematics. In *Explanation and Proof in Mathematics: Philosophical and Educational Perspectives*. [https://doi.org/10.1007/978-1-4419-0576-5\\_14](https://doi.org/10.1007/978-1-4419-0576-5_14)
- Erviana, T. (2019). Penalaran Siswa SMP Dengan Gaya Kognitif Field Dependent Dalam Memecahkan Masalah Aljabar. *Prosiding Silogisme*, 1(1).
- Fadjrin, N. N. (2013). *Studi Komparatif Penalaran Induktif* (Issue 2007).
- Hsiao, Y.-P. (2000). The Effects of Cognitive Styls and Learning Strategies in Hipermedia Environment. *A Review of Literature*.
- Huda, A., Isnarto, & Erwina, L. (2018). Meningkatkan Kemampuan Pembuktian Induktif Kelas XII SMA N 7 Semarang pada Materi Induksi Matematika Melalui Pembelajaran Model TAI. *PRISMA, Prosiding Seminar Nasional Matematika*, 1, 12–17.
- Keraf, G. (2007). *Argumentasi dan Narasi : Komposisi Lanjutan III*. PT Gramedia Pustaka Utama.
- Kusumaningrum, N. D. (2007). *Deskripsi Kemampuan Penalaran Matematis dan Sikap Disiplin Siswa Kelas VIII SMP Muhammadiyah Kedungbanteng* (Issue 2006).
- Liu, Y., & Ginther, D. (1999). Gaya Kognitif dan Pendidikan Jarak Jauh. *Jurnal Online Pembelajaran Jarak JauhAdministrasi*, 2(3), 886–5594. [https://www.academia.edu/68866450/Cognitive\\_styles\\_and\\_distance\\_education](https://www.academia.edu/68866450/Cognitive_styles_and_distance_education)
- Mas’ud, A., Jazil, S., Subty, T., & Fahmi, M. (2019). Program Penalaran Islam Indonesia dan Gerakan Kontra-Radikalisme. *Jurnal Pendidikan Agama Islam (Journal of Islamic Education Studies)*, 6(2), 175–202. <https://doi.org/10.15642/jpai.2018.6.2.175-202>
- Miles, M. B., & Huberman, A. M. (1992). *Qualitative Data Analysis: A Sourcebook of New Method*. Jakarta: Penerbit Universitas Indonesia (UI-PRESS).
- Nazariah. (2022). “Penalaran.” In Ariyanto (Ed.), *Konsep Dasar Matematika* (pp. 1–9). PT. Global Eksekutif Teknologi. [https://www.google.co.id/books\\_edition\\_Konsep\\_Dasar\\_Matematika\\_XX53EAAQBAJ\\_hl=id\\_gbpv=1\\_dq=penalaran\\_deduktif\\_pg=PA5\\_printsec=frontcover?pg=PP3&dq=penalaran deduktif](https://www.google.co.id/books_edition_Konsep_Dasar_Matematika_XX53EAAQBAJ_hl=id_gbpv=1_dq=penalaran_deduktif_pg=PA5_printsec=frontcover?pg=PP3&dq=penalaran deduktif)
- Rich, B., & Thomas, C. (2009). *Schaum’s outlines Problem Solved Geometry* (Fourth Edi). The McGraw-Hill Companies. [https://www.google.co.id/books\\_edition\\_Schaum\\_s\\_Outline\\_of\\_Geometry\\_4ed\\_ab8lZG2yubcC\\_hl=id\\_gbpv=1\\_dq=Schaum\\_E2\\_80\\_99s\\_outlines\\_Problem\\_Solved\\_Geometry\\_pg=PR6\\_printsec=frontcover?pg=PR4&dq=Schaum’s outlines Problem Solved Geometry](https://www.google.co.id/books_edition_Schaum_s_Outline_of_Geometry_4ed_ab8lZG2yubcC_hl=id_gbpv=1_dq=Schaum_E2_80_99s_outlines_Problem_Solved_Geometry_pg=PR6_printsec=frontcover?pg=PR4&dq=Schaum’s outlines Problem Solved Geometry)
- Rohmah, S. N. (2021). *Strategi Pembelajaran Matematika* (B. Ashari (ed.)). UAD Press. [https://www.google.co.id/books\\_edition\\_Strategi\\_Pembelajaran\\_Matematika\\_wRExE](https://www.google.co.id/books_edition_Strategi_Pembelajaran_Matematika_wRExE)

AAAQBAJ\_hl=id\_gbpv=1\_dq=penalaran\_matematika\_pg=PA9\_printsec=frontcover?pg=PR4&dq=penalaran matematika

Rokhmad, A. (2012). Radikalisme Islam dan Upaya Deradikalisasi Paham Radikal. *Walisongo: Jurnal Penelitian Sosial Keagamaan*, 20(1), 79–114. <https://doi.org/10.21580/ws.20.1.185>

Sobur, K. (2015). Logika Dan Penalaran Dalam Perspektif Ilmu Pengetahuan. *TAJDID: Jurnal Ilmu Ushuluddin*, 14(2), 387–414. <https://doi.org/10.30631/tjd.v14i2.28>

Sumartini, T. S. (2015). Peningkatan Kemampuan Penalaran Matematis Siswa melalui Pembelajaran Berbasis Masalah. *Jurnal Pendidikan Mosharafa*, 5(1), 1–10. <https://media.neliti.com/media/publications/226594-peningkatan-kemampuan-penalaran-matemati-55500f0f.pdf>

Susanto, H. A. (2015). *Pemahaman Pemecahan Masalah Berdasar Gaya Kognitif*. Yogyakarta: Deepublish.

<https://books.google.co.id/books?id=wxyPDwAAQBAJ&lpg=PR5&ots=7TWYDnoEGU&dq=gaya kognitif&lr&hl=id&pg=PA34#v=onepage&q=gaya kognitif&f=false>

Wulandari, R. (2017). Analisis Gaya Kognitif Siswa Dalam Pemecahan Masalah Matematika di SDN Banyuajuh I Kamal Madura. *Jurnal Widyagogik*, 4(2), 95–106.