

Matematika

dalam Al-Qur'an

Seri Integrasi

Matematika

dalam Al-Qur'an

ABDUSSAKIR, M.PD

UIN-MALIKI PRESS
2014

M/
(Se
Ab

UIN-Maliki Press, 2014

All rights reserved

Hak cipta dilindungi oleh undang-undang.
Dilarang mengutip atau memperbanyak sebagian atau seluruh isi
buku ini dengan cara apapun, tanpa izin tertulis dari Penerbit.

Penulis : Abdussakir, M.Pd
Editor : Abdul Halim Fathani
Desain Isi : Bayu Tara Wijaya
Desain Sampul : Arief Kadua

Diterbitkan oleh



UIN-MALIKI PRESS

Unit Penerbitan UIN Maulana Malik Ibrahim

Jalan Gajayana 50 Malang 65144,
Telepon/Faksimile (0341) 573225
E-mail: uinmalikipress@gmail.com,
Website://press.uin-malang.ac.id

Cetakan I, 2012
Cetakan II, 2014

ISBN 978-602-958-440-0



KATA PENGANTAR

Bismillahirrahmanirrahim

Segala puji ke hadirat Allah SWT yang telah melimpahkan rahmat, taufiq, dan hidayah-Nya atas hadirnya buku “Matematika dalam Al-Qur’an” ini. Shalawat dan salam semoga senantiasa dilimpahkan kepada Nabi Muhammad SAW, para sahabat, dan segenap orang yang mengikuti dan mencintai Beliau.

Selama ini, ide tentang integrasi sains dan agama masih cenderung sebagai wacana. Belum nampak adanya bukti konkret yang dapat menunjukkan bahwa sains dan agama adalah terintegrasi atau dapat diintegrasikan. Penulis ingin memberikan suatu bukti bahwa sains dan agama sebenarnya terintegrasi. Hadirnya buku ini membuktikan bahwa tidak ada dikotomi antara sains dan agama, khususnya matematika dan Al-Qur’an. Buku

yang berjudul “Matematika dalam Al-Qur’an” ini seakan mengumumkan dan menyadarkan kita semua bahwa Al-Qur’an sebenarnya berbicara tentang matematika.

Pada bagian pertama buku ini, penulis mencoba menjelaskan dan memaparkan adanya struktur matematika yang sangat rinci dan teliti yang sebenarnya sukar dilakukan atau bahkan ditiru oleh manusia, yaitu mengenai keteraturan jumlah penyebutan kalimat, kata, bahkan huruf di dalam Al-Qur’an yang mengarah pada kelipatan bilangan 19. Paparan bagian pertama ini mencoba menarik perhatian kita semua, untuk menyadari bahwa memang ada matematika dalam Al-Qur’an. Ada hitungan yang sangat matematis dalam Al-Qur’an. Selain memaparkan fakta-fakta keteraturan pola bilangan 19, penulis mencoba melengkapi dengan menjawab pertanyaan “Mengapa 19?” secara matematika pula.

Pada bagian kedua buku ini, penulis mencoba menjelaskan bahwa dari Al-Qur’an dapat dikembangkan beberapa konsep dasar matematika. Uraian pada bagian dua ini mengajak kita berpikir bahwa sebenarnya matematika dapat dikembangkan dari Al-Qur’an. Suatu konsep dalam matematika yang telah diabaikan oleh orang matematika sendiri dan baru dirasakan pentingnya pada tahun 1980-an ternyata sudah dibicarakan oleh Al-Qur’an sejak 1400 tahun yang lalu. Konsep estimasi yang telah disebutkan dalam Al-Qur’an ternyata baru sekarang ini menjadi materi matematika sekolah-

sekolah di Indonesia yang mayoritas Muslim. Suatu keterlambatan yang sangat jauh dalam memahami adanya matematika dalam Al-Qur'an.

Pada bagian ketiga buku ini, penulis lebih dalam lagi mengkaji integrasi matematika dan Al-Qur'an. Jika pada bagian kedua penulis mencoba menunjukkan bagaimana matematika dapat dikembangkan dari Al-Qur'an, pada bagian ketiga penulis berusaha menunjukkan bahwa pemahaman dan pengamalan Al-Qur'an secara baik dan benar justru membutuhkan matematika. Ada hal-hal tertentu dalam Al-Qur'an yang hanya dapat dipahami dengan baik melalui matematika, khususnya masalah faraidh, lamanya Nabi Nuh tinggal dengan kaumnya, serta lamanya Ashhabul Kahfi tertidur di dalam gua. Pembahasan ini memberikan koreksi pada pemahaman kita selama ini.

Harapan penulis, semoga buku ini menjadi pemacu semangat seluruh dosen di Universitas Islam Negeri (UIN) Maulana Malik Ibrahim Malang untuk menghasilkan karya-karya secara nyata mengenai paradigma integrasi sains dan agama. Semoga buku ini dapat memberikan manfaat bagi kita semua, Amin.

Malang, 16 Muharram 1427 H

15 Pebruari 2006



DAFTAR ISI

Kata Pengantar - v

Daftar Isi - ix

Bagian Pertama

**Melihat Struktur Matematika Bilangan 19
dalam Al-Qur'an - 1**

Bilangan 19 dalam Basmalah - 3

Bilangan 19 dalam Penyebutan Bilangan - 21

Bilangan 19 dalam Shalat dan Dzikir - 27

Mengapa 19? Tinjauan Berdasar Nilai Numerik - 35

Mengapa 19? Tinjauan Berdasar Matematika - 41

Bagian Kedua

**Mengembangkan Konsep Dasar Matematika
dari Al-Qur'an - 47**

Himpunan dan Operasi Himpunan - 49

Bilangan dan Operasi Bilangan - 63

Himpunan Bilangan dan Sistem Bilangan - 73
Estimasi (Taksiran) - 95
Pengukuran (*Measurement*) dalam Al-Qur'an - 101
Perbandingan, Fungsi, dan Persamaan Garis - 121
Statistika dalam Al-Qur'an - 131

Bagian Ketiga

Memahami Al-Qur'an dengan Matematika - 137

Memahami Operasi Bilangan dengan Satuan
Berbeda dalam Al-Qur'an - 139
Memahami Masalah *Faraidh*
dengan Matematika - 149

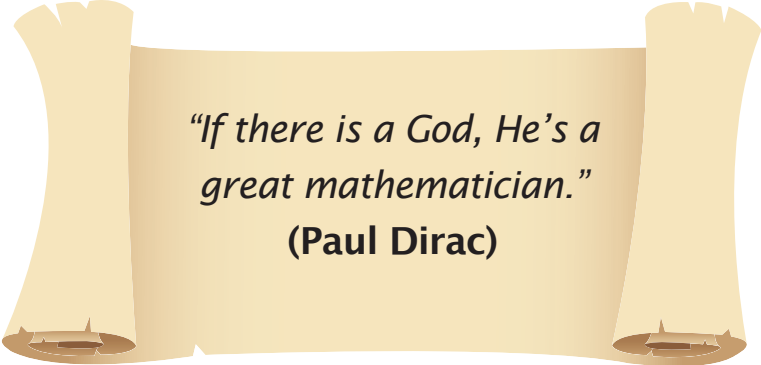
Daftar Rujukan - 163



Bagian Pertama

*Melihat
Struktur Matematika
Bilangan 19
dalam Al-Qur'an*





*“If there is a God, He’s a
great mathematician.”*

(Paul Dirac)



BILANGAN 19 DALAM BASMALAH

A. Pendahuluan

Telah diketahui oleh semua orang Islam bahwa semua surat dalam al-Qur'an (kecuali surat at-Taubah) selalu dibuka dengan bacaan "Bismillaahi ar rahmaani ar rahiimi" yang dikenal dengan nama basmalah. Bacaan basmalah ada yang termasuk ayat (seperti pada QS 1:1 dan QS 27:30) dan ada yang tidak termasuk ayat (selain pada QS 1:1 dan QS 27:30).

Sebelum menyimak struktur bilangan 19 dalam basmalah, akan dijelaskan terlebih dahulu mengenai nilai numerik (numerical value) huruf-huruf hijaiyah. Nilai numerik kadang juga disebut nilai gematrical (gematrical value) atau nilai geometri (geometrikos arithmos). Nilai numerik suatu huruf adalah bilangan yang dipasangkan pada huruf tersebut. Saat al-Qur'an ditu-

runkan 14 abad yang lalu, sistem penulisan bilangan yang dikenal sekarang belum ada. Sebagai gantinya, huruf-huruf digunakan sebagai lambang untuk bilangan (Ifrah, 1997:1 dan Arik, 2003:16). Nilai numerik huruf hijaiyah di Indonesia dikenal dengan istilah “Abjadun”. Berikut ini adalah nilai numerik huruf hijaiyah.

Nilai Numerik Huruf Hijaiyah

Huruf	Nilai Numerik	Huruf	Nilai Numerik
Alif	1	Sin	60
Ba'	2	'Ain	70
Jim	3	Fa'	80
Dal	4	Shad	90
Hha	5	Qaf	100
Wau	6	Ra'	200
Za	7	Syin	300
Ha'	8	Ta'	400
Tha'	9	Tsa'	500
Ya	10	Kha'	600
Kaf	20	Dzal	700
Lam	30	Dhad	800
Mim	40	Dzad	900
Nuun	50	Ghin	1000

Berikut ini akan diberikan contoh cara menghitung nilai numerik suatu kata. Misalkan akan dihitung nilai numerik kata “Muhammad”. Berdasarkan tabel maka kata “Muhammad” mempunyai nilai numerik sebagai berikut.

Mim = 40

Ha = 8

Mim = 40

Dal = 4

Jadi kata “Muhammad” mempunyai nilai numerik 92.

Nilai numerik basmalah dapat ditentukan sebagai berikut.

Huruf pada Basmalah dan Nilai Numeriknya

No	Huruf	Nilai Numerik
1	Ba'	2
2	Sin	60
3	Mim	40
4	Alif	1
5	Lam	30
6	Lam	30
7	Hha	5
8	Alif	1
9	Lam	30
10	Ra'	200
11	Ha'	8
12	Mim	40
13	Nuun	50
14	Alif	1
15	Lam	30
16	Ra'	200

17	Ha'	8
18	Ya'	10
19	Mim	40
TOTAL		786

Jadi, basmalah mempunyai nilai numerik 786.

B. Struktur Bilangan 19 dalam Basmalah

Berikut ini akan dipaparkan keteraturan pola yang berkaitan dengan basmalah yang dalam tulisan ini disebut dengan struktur bilangan 19. Struktur yang disajikan dalam tulisan ini adalah struktur yang sederhana. Masih banyak lagi struktur bilangan 19 yang berkaitan dengan basmalah yang tidak disajikan dalam tulisan ini karena semakin kompleksnya penghitungan dan panjangnya digit bilangan yang dilibatkan. Digit bilangan yang dilibatkan dapat mencapai 48 digit sehingga penulis tidak membahasnya dalam tulisan sederhana ini.

Struktur 1

Banyak huruf hijaiyah pada basmalah adalah 19 huruf.

$$19 = 1 \times 19.$$

Struktur 2

Kata “ism” dalam ayat Al-Qur’an disebut sebanyak 19 kali (Arik, 2003:13 dan Basya, 2003:12).

$$19 = 1 \times 19.$$

Struktur 3

Kata “ism” yang terdapat dalam ayat al-Qur’an terlihat pada tabel berikut.

Surat dan Ayat yang Memuat Kata “Ism”

No.	Nomor Surat	Nomor Ayat
1	5	4
2	6	118
3	6	119
4	6	121
5	6	138
6	22	28
7	22	34
8	22	36
9	22	40
10	49	11
11	55	78
12	56	74
13	56	96
14	69	52
15	73	8
16	76	25
17	87	1
18	87	15
19	96	1
TOTAL	821	999

Jika digit bilangan 821 dan 999 dijumlahkan akan diperoleh

$$8 + 2 + 1 + 9 + 9 + 9 = 38.$$

$$38 = 2 \times 19.$$

Struktur 4

Kata “bismillah” dalam al-Qur’an disebut sebanyak 3 kali, yaitu pada surat 1 ayat 1, surat 11 ayat 41, dan surat 27 ayat 30 (Arik, 2003:14). Jika bilangan-bilangan tersebut dijumlahkan akan diperoleh

$$3 + (1 + 1) + (11 + 41) + (27 + 30) = 114.$$

$$114 = 6 \times 19.$$

Struktur 5

Kata “Allah” dalam ayat al-Qur’an disebut sebanyak 2698 kali (Arik, 2003:14 dan Basya, 2003:11).

$$2698 = 142 \times 19.$$

Struktur 6

Kata “ar rahman” dalam ayat al-Qur’an yang berkaitan dengan sifat Allah disebut sebanyak 57 kali (Arik, 2003:14 dan Basya, 2003:11).

$$57 = 3 \times 19.$$

Struktur 7

Kata “ar rahim” dalam ayat al-Qur’an yang berkaitan dengan sifat Allah disebut sebanyak 114 kali (Arik, 2003:14 dan Basya, 2003:12).

$$114 = 6 \times 19.$$

Struktur 8

Jika pengali pada Struktur 6 dan Struktur 7 dijumlahkan, akan diperoleh

$$1 + 142 + 3 + 6 = 152$$

$$152 = 8 \times 19.$$

Struktur 9

Banyaknya basmalah dalam al-Qur’an (baik yang menjadi permulaan surat maupun yang termasuk ayat dalam surat) adalah 114.

$$114 = 6 \times 19.$$

Struktur 10

Surat At Taubah (surat ke-9) tidak dimulai dengan basmalah. Pada surat an-Naml (surat ke-27) terdapat dua basmalah, yaitu pada permulaan surat dan pada ayat 30, sehingga basmalah dalam al-Qur’an tetap 114. Mulai surat At Taubah sampai surat an-Naml terdapat 19 surat.

$$19 = 1 \times 19.$$

Nama Surat Mulai Surat ke-9 sampai Surat ke-27

No.	Nomor Surat	Nama Surat
1	9	At-Taubah
2	10	Yunus
3	11	Hud
4	12	Yusuf
5	13	Ar-Ra'd
6	14	Ibrahim
7	15	Al-Hijr
8	16	An Nahl
9	17	Al-Isra'
10	18	Al-Kahfi
11	19	Maryam
12	20	Thahha
13	21	Al-Anbiya'
14	22	Al-Hajj
15	23	Al-Mukminun
16	24	An-Nur
17	25	Al-Furqan
18	26	Asy-Syu'ara
19	27	An-Naml

Struktur 11

Jika nomor surat pada Struktur 10 dijumlahkan akan diperoleh

$$9 + 10 + 11 + \dots + 27 = 342$$

$$342 = 18 \times 19.$$

Struktur 12

Basmalah pada surat ke-27 (an-Naml) terletak pada ayat ke-30. Jika nomor surat dan nomor ayat dijumlahkan akan diperoleh

$$27 + 30 = 57$$

$$57 = 3 \times 19.$$

Struktur 13

Banyaknya huruf hijaiyah mulai basmalah pertama pada surat At-Taubah sampai basmalah kedua pada ayat 30 adalah 342 huruf.

$$342 = 18 \times 19.$$

342 sama dengan hasil penjumlahan $9 + 10 + 11 + \dots + 27$ (Struktur 11).

Sebelum melanjutkan pada struktur yang lain, akan disajikan data mengenai basmalah dikaitkan dengan nilai numerik.

Kata dalam Basmalah, Arti, Huruf Penyusun, dan Nilai Numeriknya

No.	Kata	Arti	Huruf	Nilai Numerik	Total
1	Bism	Dengan nama	3	2, 60, 40	<u>102</u>
2	Allah	Allah	4	1, 30, 30, 5	<u>66</u>
3	Ar-Rahman	Maha Pengasih	6	1, 30, 200, 8, 40, 50	<u>329</u>
4	Ar-Rahiim	Maha Penyayang	6	1, 30, 200, 8, 10, 40	<u>289</u>
TOTAL			19		786



Setelah memperhatikan struktur bilangan 19 pada basmalah dalam al-Qur'an apakah masih ada keraguan mengenai kebenaran al-Qur'an.



Struktur 14

Berdasarkan tabel, basmalah terdiri dari 4 kata, 19 huruf, dan total nilai numerik 786. Dengan menyusun tiga bilangan tersebut menjadi satu akan diperoleh bilangan 419786.

$$419786 = 22094 \times 19.$$

Struktur 15

Basmalah adalah ayat 1 dalam al-Qur'an, memuat 19 huruf yang menyusun empat kata yang masing-masing terdiri dari 3, 4, 6, dan 6 huruf. Jika bilangan 1, 19, 3, 4, 6, dan disusun menjadi satu akan diperoleh bilangan 1193466.

$$1193466 = 174 \times (19 \times 19 \times 19).$$

Struktur 16

Jika dibuat barisan nomor kata dan banyak huruf pada masing-masing kata pada basmalah akan diperoleh bilangan **13243646**.

$$13243646 = (36686 \times 19) \times 19.$$

Struktur 17

Jika pada Struktur 16, bilangan banyak huruf diganti dengan total nilai numerik akan diperoleh bilangan 110226633294289.

$$110226633294289 = 5801401752331 \times 19.$$

Struktur 18

Jika pada Struktur 16, total nilai numerik diganti dengan nilai numerik masing-masing huruf diperoleh bilangan yang terdiri dari 37 digit, yaitu

$$1\ 2\ 60\ 40\ 2\ 1\ 30\ 30\ 5\ 3\ 1\ 30\ 200\ 8\ 40\ 50\ 4\ 1\ 30\ 200\ 8\ 10\ 40$$
$$1260402130305313020084050413020081040 = 663369542265954$$
$$22109686863843162160 \times 19.$$

Struktur 19

Perhatikan nilai numerik masing-masing huruf pada setiap kata penyusun basmalah.

Kata dalam Basmalah, Huruf Penyusun, dan Nilai Numerik Masing-masing Huruf

No.	Kata	Huruf Penyusun	Nilai Numerik
1	Bism	3	2, 60, 40
2	Allah	4	1, 30, 30, 5
3	Ar-Rahman	6	1, 30, 200, 8, 40, 50
4	Ar-Rahiim	6	1, 30, 200, 8, 10, 40

Jika nilai numerik pertama dijumlah dengan nilai numerik terakhir pada masing-masing kata akan diperoleh

$$2 + 40 = 42$$

$$1 + 5 = 6$$

$$1 + 50 = 51$$

$$1 + 40 = 41.$$

Seperti pada Struktur 16, barisan nomor kata diikuti hasil penjumlahan tersebut akan menghasilkan bilangan 14226351441.

$$14226351441 = 748755339 \times 19.$$

Struktur 20

Perhatikan huruf penyusun masing-masing kata pada basmalah dan total nilai numeriknya.

Kata dalam Basmalah, Huruf Penyusun, dan Total Nilai Numeriknya

No.	Kata	Huruf Penyusun	Total
1	Bism	3	<u>102</u>
2	Allah	4	<u>66</u>
3	Ar-Rahman	6	<u>329</u>
4	Ar-Rahiim	6	<u>289</u>

Jika banyaknya huruf penyusun dijumlahkan dengan total nilai numeriknya, akan diperoleh

$$3 + 102 = 105$$

$$4 + 66 = 70$$

$$6 + 329 = 335$$

$$6 + 289 = 295.$$

Barisan nomor masing-masing kata diikuti dengan hasil penjumlahan tersebut akan menghasilkan bilangan yang terdiri dari 15 digit, yaitu 110527033354295.

$$110527033354295 = 5817212281805 \times 19.$$

Struktur 21

Perhatikan jumlah huruf hijaiyah penyusun masing-masing kata pada basmalah.

Kata dalam Basmalah dan Jumlah Huruf Penyusun.

No.	Kata	Huruf Penyusun	Total
1	Bism	3	<u>102</u>
2	Allah	4	<u>66</u>
3	Ar-Rahman	6	<u>329</u>
4	Ar-Rahiim	6	<u>289</u>

Jika dilakukan penjumlahan kumulatif jumlah huruf penyusun masing-masing kata akan diperoleh 3, (3 + 4), (3 + 4 + 6), dan (3 + 4 + 6 + 6) yang akan menghasilkan bilangan 3, 7, 13, dan 19. Jika nomor masing-masing kata diikuti hasil penjumlahan kumulatif tersebut akan menghasilkan bilangan 1327313419.

$$1327313419 = 69858601 \times 19.$$

Struktur 22

Seperti pada Struktur 21, tetapi yang dihitung adalah penjumlahan kumulatif total nilai numerik masing-masing kata. Akan diperoleh 102, (102 + 66), (102 + 66 + 329), dan (102 + 66 + 329 + 289) yang menghasilkan bilangan 102, 168, 497, dan 786. Jika nomor masing-masing kata diikuti hasil penjumlahan kumulatif tersebut akan menghasilkan bilangan 1102216834974786.

$$1102216834974786 = 58011412367094 \times 19.$$

Struktur 23

Basmalah terdiri dari 4 kata yang masing-masing kata terdiri dari 3, 4, 6, dan 6 huruf sehingga total huruf adalah 19. Misalkan kata pertama diwakili dengan bilangan 123, kata kedua diwakili dengan bilangan 4567, kata ketiga diwakili dengan bilangan 8910111213, dan kata keempat diwakili dengan 141516171819. Jika keempat bilangan tersebut dijumlahkan akan diperoleh

$$123 + 4567 + 8910111213 + 141516171819 = 150426287722$$

$$150426287722 = 7917173038 \times 19.$$

Setelah memperhatikan struktur bilangan 19 pada basmalah dalam al-Qur'an apakah masih ada keraguan mengenai kebenaran al-Qur'an. Sanggupkah seorang yang ummi (tidak pernah membaca dan menulis sebe-

lumnya) menyusun semua struktur tersebut sementara sistem numerasi (penulisan angka) baru dikenal pada abad ke-14? Apakah ini suatu kebetulan? Jika kebetulan, mengapa sampai sedemikian banyak struktur yang semuanya merupakan kelipatan 19? Jawabannya ada pada hati nurani terdalam dari pembaca. Inilah matematika yang sebenarnya tidak sederhana dan tidak mudah dilakukan oleh manusia.

Sebagai pelengkap, berikut ini akan disajikan fenomena lain mengenai struktur bilangan 19 dalam basmalah.

Struktur 24

Setiap surat dalam al-Qur'an dimulai dengan basmalah kecuali surat at-Taubah (surat 9). Basmalah ada yang termasuk dalam ayat, yaitu pada QS 1:1 dan pada QS 27:30, dan ada yang tidak termasuk dalam ayat. Misalkan untuk basmalah di awal surat yang tidak termasuk dalam ayat disebut terletak pada ayat 0. Selanjutnya nomor surat dikombinasikan dengan nomor ayat basmalah. Sebagai contoh, basmalah pada surat 1 terletak pada ayat 1. Bilangan yang dihasilkan adalah 11. Basmalah pada surat 2 terletak pada ayat 0. Bilangan yang dihasilkan 20. Demikian selanjutnya, kecuali untuk surat 9 karena tidak mempunyai basmalah. Surat 27 dihitung dua kali kali memuat dua basmalah. Secara rinci dapat dilihat pada tabel berikut.

Surat dan Letak Basmalah

Nomor Surat	Ayat yang ada Basmalah	Bilangan Kombinasi
1	1	11
2	0	20
3	0	30
...
...
7	0	70
8	0	80
10	0	100
11	0	110
...
...
27	0	270
27	30	2730
...
...
112	0	1120
113	0	1130
114	0	1140
TOTAL		68191

Jumlah total bilangan kombinasi adalah 68191.

$$68191 = 3589 \times 19.$$





BILANGAN 19 DALAM PENYEBUTAN BILANGAN

A. Pendahuluan

Dalam al-Qur'an disebutkan sebanyak 38 bilangan berbeda. Dari 38 bilangan tersebut, 30 adalah bilangan asli dan 8 adalah bilangan pecahan. Penyebutan bilangan-bilangan dan nomor surat tempat bilangan tersebut ternyata mempunyai pola tertentu. Jumlah penyebutan bilangan juga diatur dengan pola tertentu. 30 bilangan asli berbeda yang disebutkan jika dijumlah akan mempunyai pola tertentu. Jumlah penyebutan bilangan pecahan dan macam-macam bilangan penyebutannya juga mempunyai pola tertentu. Sebelum membahas pola-pola tersebut, akan dijelaskan kembali 38 bilangan berbeda dalam al-Qur'an yang meliputi 30 bilangan asli dan 8 bilangan pecahan.

Ketigapuluh bilangan asli berbeda dalam al-Qur'an sebagai berikut.

Bilangan Asli dalam al-Qur'an

No.	Bilangan	No.	Bilangan
1	1	16	40
2	2	17	50
3	3	18	60
4	4	19	70
5	5	20	80
6	6	21	99
7	7	22	100
8	8	23	200
9	9	24	300
10	10	25	1000
11	11	26	2000
12	12	27	3000
13	19	28	5000
14	20	29	50000
15	30	30	100000
TOTAL	147	TOTAL	161999
$147 + 161999 = 162146$			

(Sumber: Irawan, Abdussakir, dan Kusumastuti, 2005:57)

Ada 8 bilangan pecahan berbeda yang disebutkan dalam al-Qur'an. Kedelapan bilangan pecahan tersebut sebagai berikut.

Bilangan Pecahan dalam al-Qur'an

No	Bilangan	Banyak Penyebutan
1.	$\frac{2}{3}$	3
2.	$\frac{1}{2}$	5
3.	$\frac{1}{3}$	3
4.	$\frac{1}{4}$	2
5.	$\frac{1}{5}$	1
6.	$\frac{1}{6}$	3
7.	$\frac{1}{8}$	1
8.	$\frac{1}{10}$	1
TOTAL PENYEBUTAN		19

(Sumber: Irawan, Abdussakir, dan Kusumastuti, 2005:58-59)

B. Struktur Bilangan 19 dalam Penyebutan Bilangan

Pola-pola tertentu dalam penyebutan bilangan yang mengarah kepada satu bilangan yaitu 19 dalam tulisan ini disebut dengan struktur bilangan 19. Berikut ini struktur-struktur bilangan 19 yang terdapat dalam penyebutan bilangan dalam al-Qur'an.

Struktur 1

Dalam al-Qur'an disebutkan sebanyak 38 bilangan berbeda.

$$38 = 2 \times 19.$$

Struktur 2

Terdapat 30 bilangan asli berbeda dalam al-Qur'an. Jika bilangan-bilangan tersebut dijumlahkan akan diperoleh jumlah 162146.

$$162146 = 8534 \times 19.$$

Jika digit bilangan 19 dijumlahkan diperoleh $1 + 9 = 10$. Digit 8534 dijumlahkan diperoleh $8 + 5 + 3 + 4 = 20$. $10 + 20 = 30$. 30 tidak lain adalah banyaknya bilangan asli yang disebutkan dalam al-Qur'an.

Struktur 3

Terdapat 8 bilangan pecahan berbeda dalam al-Qur'an. Banyaknya penyebutan kedelapan bilangan

pecahan ini adalah 19 kali.

$$19 = 1 \times 19.$$

Struktur 4

Terdapat 57 surat dalam al-Qur'an yang di dalamnya disebutkan bilangan-bilangan.

$$57 = 3 \times 19.$$

Kelima puluh tujuh surat tersebut sebagai berikut.

No.	Nomor Surat	No.	Nomor Surat	No.	Nomor Surat
1	2	20	21	39	43
2	3	21	22	40	46
3	4	22	23	41	50
4	5	23	24	42	54
5	6	24	25	43	56
6	7	25	27	44	57
7	8	26	28	45	58
8	9	27	29	46	65
9	10	28	31	47	67
10	11	29	32	48	69
11	12	30	34	49	70
12	13	31	35	50	71
13	14	32	36	51	73
14	15	33	37	52	74
15	16	34	38	53	77
16	17	35	39	54	78
17	18	36	40	55	79
18	19	37	41	56	89
19	20	38	42	57	97

(Sumber: Irawan, Abdussakir, dan Kusumastuti, 2005:23-42)

Struktur 5

Al-Qur'an memuat 114 surat dan 57 surat memuat penyebutan bilangan. Jadi terdapat 57 surat yang di dalamnya tidak disebutkan bilangan.

$$57 = 3 \times 19.$$

Struktur 6

Bilangan pecahan yang disebutkan dalam al-Qur'an adalah $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{8}$, dan $\frac{1}{10}$. Macam-macam penyebut pada bilangan pecahan tersebut adalah

$$2, 3, 4, 5, 6, 8, 10.$$

Jika penyebut ini dijumlahkan diperoleh $2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 8 + 10 = 38$

$$38 = 2 \times 19$$

38 tidak lain adalah banyaknya bilangan berbeda dalam al-Qur'an.





BILANGAN 19 DALAM SHALAT DAN DZIKIR

A. Pendahuluan

Telah diketahui oleh semua orang muslim bahwa shalat wajib 5 waktu terdiri dari Shubuh 2 rakaat, Dhuhur 4 rakaat, Ashar 4 rakaat, Maghrib 3 rakaat, dan Isya' 4 rakaat. Meskipun demikian, terjadi banyak penafsiran mengapa harus 17 rakaat yang terbagi menjadi 2, 4, 4, 3, dan 4 rakaat.

Dalam al-Qur'an disebutkan mengenai shalat *wus-tha* (shalat yang tengah). Sebagai mana firman Allah swt dalam surat al-Baqarah ayat 238.

Peliharalah semua shalat(mu), dan (peliharalah) shalat wusthaa. Berdirilah untuk Allah (dalam shalatmu) dengan khusyu'. (QS. 2:238)

Masih banyak penafsiran mengenai shalat apa yang dimaksud dengan shalat *wus-tha*. Pendapat yang

kuat menyatakan bahwa shalat wustha adalah shalat Ashar. Mengapa harus shalat Ashar?

Pada bagian ini akan dijelaskan mengenai struktur bilangan 19 pada shalat dan dzikir, yang diharapkan dapat memberikan alasan mengenai rakaat shalat, shalat wushtha, dan jumlah dzikir sehabis shalat.

B. Struktur Bilangan 19 dalam Shalat

Bilangan rakaat shalat ternyata memenuhi pola tertentu yang mengarah pada struktur bilangan 19. Struktur bilangan 19 dalam shalat dapat dijelaskan sebagai berikut.

Struktur 1

Seperti disebutkan sebelumnya bahwa shalat wajib lima waktu adalah Shubuh 2 rakaat, Dhuhur 4 rakaat, Ashar 4 rakaat, Maghrib 3 rakaat, dan Isya' 4. Jika jumlah rakaat ini dijejer mulai dari rakaat shalat Shubuh sampai Isya' akan diperoleh bilangan 24434.

Shubuh	Dhuhur	Ashar	Maghrib	Isya'
2	4	4	3	4

Ternyata

$$24434 = 1286 \times 19.$$



Peliharalah semua shalat(mu),
dan (peliharalah) shalat wusthaa.
Berdirlah untuk Allah (dalam shalat-
mu) dengan khusyu'.

(QS. 2:238)



Perhatikan posisi shalat Ashar pada deretan di atas. Shalat Ashar berada pada posisi tengah sehingga kombinasi 24434 merupakan kelipatan 19. Jadi jelaslah bahwa shalat *wustha* adalah shalat Ashar.

Telah diperoleh bahwa

$$24434 = 1286 \times 19.$$

Jika digit bilangan 24434 dijumlahkan akan diperoleh

$$2 + 4 + 4 + 3 + 4 = 17$$

yang tidak lain merupakan jumlah rakaat shalat wajib lima waktu, yaitu 17 rakaat. Jika digit bilangan 1286 dijumlahkan akan diperoleh

$$1 + 2 + 8 + 6 = 17.$$

Apakah ini suatu kebetulan atau sesuatu yang memang didesain dengan sengaja? Tentunya pembaca dapat merasakannya dengan hati nurani yang dalam.

Struktur 2

Bilangan rakaat shalat wajib 5 waktu adalah 2, 4, 4, 3, dan 4. Kelipatan persekutuan terkecil (KPK) dari 2, 4, 4, 3, dan 4 adalah 12.

$$12 : 2 = 6$$

$$12 : 4 = 3$$

$$12 : 4 = 3$$

$$12 : 3 = 4$$

$$12 : 4 = 3$$

Jika bilangan 6, 3, 3, 4, dan 3 dijumlahkan akan diperoleh

$$6 + 3 + 3 + 4 + 3 = 19$$

$$19 = 1 \times 19.$$

C. Struktur Bilangan 19 dalam Dzikir

Dalam suatu hadits yang diriwayatkan oleh Muslim, disebutkan bahwa

*Rasulullah saw berkata: "Barangsiapa yang pada setiap selesai shalat membaca **Subhanallah** 33 kali, **Alhamdulillah** 33 kali, **Allahu Akbar** 33 kali yang jumlahnya 99, dan melengkapinya dengan 100, membaca **La ilaha illallah** wahdahu la syarikalahu la hul mulku wa la hul hamdu wa huwa ala kulli syaiin qadir, maka dosanya akan diampuni meskipun sebanyak buih di lautan" (HR. Muslim)*

Berdasarkan hadits tersebut, muncullah dua versi jumlah bacaan dzikir setelah shalat. Versi pertama membaca **Subhanallah** 33 kali, **Alhamdulillah** 33 kali, **Allahu Akbar** 33 kali, dan **La ilaha illallah** wahdahu la syarikalahu la hul mulku wa la hul hamdu wa huwa ala

kulli syaiin qadir sebanyak 1 kali. Versi kedua membaca ***Subhanallah*** 33 kali, ***Alhamdulillah*** 33 kali, ***Allahu Akbar*** 33 kali, dan ***La ilaha illallah*** sebanyak 100 kali. Keduanya tidak ada yang salah atau sama-sama benar. Hal ini dapat dijelaskan dengan kajian struktur bilangan 19 sebagai berikut.

Struktur 1

Sesuai versi pertama, akan diperoleh bilangan 33, 33, 33, dan 1. Jika digit bilangan 33, 33, 33, dan 1 dijumlahkan akan diperoleh

$$3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 1 = 19$$

$$19 = 1 \times 19.$$

Struktur 2

Sesuai versi kedua, akan diperoleh bilangan 33, 33, 33, dan 100. Jika digit bilangan 33, 33, 33, dan 100 dijumlahkan akan diperoleh

$$3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 1 + 0 + 0 = 19$$

$$19 = 1 \times 19.$$

D. Kaitan Rakaat Shalat dan Jumlah Dzikir

Shalat wajib sebanyak 5 kali. 5 adalah bilangan prima ke-3 dan bilangan ganjil ke-3.

Bilangan ganjil: 1, 3, 5, 7, 9, ...

Bilangan prima: 2, 3, 5, 7, 11, ...

Jadi, diperoleh 5 dengan 33. 5 banyaknya shalat wajib dan 33 banyaknya dzikir (*Subhanallah* 33 kali, *Alhamdulillah* 33 kali, *Allahu Akbar* 33 kali).

Shalat wajib 5 waktu terdiri dari 17 rakaat. 17 adalah bilangan prima ke-7 dan bilangan ganjil ke-9.

Bilangan prima: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, ...

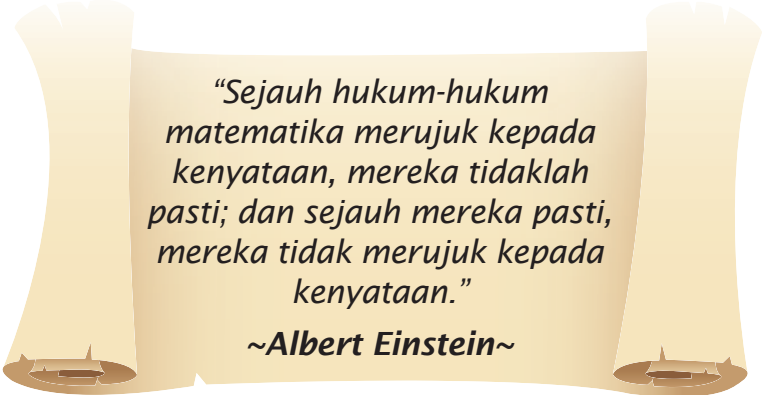
Bilangan ganjil: 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, ...

Akan diperoleh

$$17 + 7 + 9 = 33.$$

Berdasarkan hitungan matematika di atas, diperoleh bahwa shalat 5 waktu yang terdiri dari 17 rakaat akan selalu bertemu dengan bilangan 33.



A decorative scroll with a light beige background and darker beige borders. The scroll is unrolled in the center, with the ends of the scroll visible on the left and right sides. The text is written in a black, serif font.

*“Sejauh hukum-hukum
matematika merujuk kepada
kenyataan, mereka tidaklah
pasti; dan sejauh mereka pasti,
mereka tidak merujuk kepada
kenyataan.”*

~Albert Einstein~



MENGAPA 19? TINJAUAN BERDASAR NILAI NUMERIK

Setelah membaca dan melihat fakta struktur bilangan 19 dalam bagian sebelumnya, mungkin akan muncul pertanyaan “Mengapa 19?” Suatu pertanyaan yang sangat lumrah untuk diungkapkan mengingat fakta-fakta yang ada. Suatu jawaban singkat yang dapat diberikan misalnya “karena jumlah huruf Hijaiyah dalam basmalah adalah 19”. Apakah memang demikian jawabannya.

Di antara bilangan-bilangan yang disebutkan dalam al-Qur’an, bilangan 19 menempati posisi yang istimewa. Keistimewaan bilangan 19 ditegaskan oleh Allah swt dalam surat al-Muddatstsir ayat 30 dan 31.

Di atasnya ada 19 (malaikat penjaga). Dan tidak Kami jadikan penjaga neraka itu melainkan dari malaikat, dan tidaklah kami menjadikan jumlah mereka itu (yakni 19) me-

lainkan cobaan bagi orang-orang kafir, supaya orang-orang yang diberi Al-Kitab menjadi yakin dan supaya orang yang beriman bertambah imannya, dan supaya orang-orang yang diberi Al-Kitab dan orang-orang yang beriman tidak ragu-ragu, dan supaya orang-orang yang di dalam hatinya ada penyakit dan orang-orang kafir (mengatakan): “Apa yang dikehendaki Allah dengan ini (bilangan 19) sebagai perumpamaan?...”. (QS 74:30–31)

Berdasarkan ayat tersebut, terungkap bahwa bilangan 19 mempunyai tiga fungsi utama, yaitu (1) menjadi cobaan (fitnah) bagi orang kafir dan orang yang mempunyai penyakit di hatinya, (2) memantapkan keyakinan orang-orang yang diberi al-Kitab (sebelum turunnya al-Qur’an), dan (3) menambah keimanan orang-orang mukmin. Mengapa 19?

Sebelum mencoba menjawab lebih lanjut pertanyaan “Mengapa 19” perlu dilihat kembali nilai numerik huruf-huruf Hijaiyah.



Adanya struktur bilangan 19 dalam al-Qur'an seakan memberikan jawaban bahwa al-Qur'an dibuat, diturunkan, dan dijaga oleh dzat yang Satu, yang Esa, yang Tunggal.



Nilai Numerik Huruf Hijaiyah

Huruf	Nilai Numerik
Alif	1
Ba'	2
Jim	3
Dal	4
Hha	5
Wau	6
Za	7
Ha'	8
Tha'	9
Ya	10
Kaf	20
Lam	30
Mim	40
Nuun	50

Huruf	Nilai Numerik
Sin	60
'Ain	70
Fa'	80
Shad	90
Qaf	100
Ra'	200
Syin	300
Ta'	400
Tsa'	500
Kha'	600
Dzal	700
Dhad	800
Dzad	900
Ghin	1000

Dalam al-Qur'an sering dijumpai kata "Waahid". Kata "Waahid" dalam al-Qur'an disebut sebanyak 25 kali. Kata yang akarnya berasal dari kata "Waahid" seperti "Waahida" disebut sebanyak 5 kali, kata "Waahidah" disebut sebanyak 31 kali, kata "Wahdahu" disebut sebanyak 6 kali, dan kata "Wahiida" disebut sebanyak 1 kali.

Kata "Waahid" berarti Satu, Esa, atau Tunggal. Kata "Waahid" tersusun dari huruf Wau, Alif, Ha', dan Dal. Jika menghitung nilai numerik kata "Waahid" akan diperoleh bilangan 19.

Wau	Alif	Ha'	Dal
6	1	8	4

$$6 + 1 + 8 + 4 = 19.$$

Ternyata bilangan 19 adalah nilai numerik kata “Waaheed”. Selain itu, bilangan 19 sendiri mengarah pada 1 “Waaheed” tanpa melihat nilai numeriknya. Jika digit bilangan 19 dijumlahkan akan diperoleh

$$1 + 9 = 10.$$

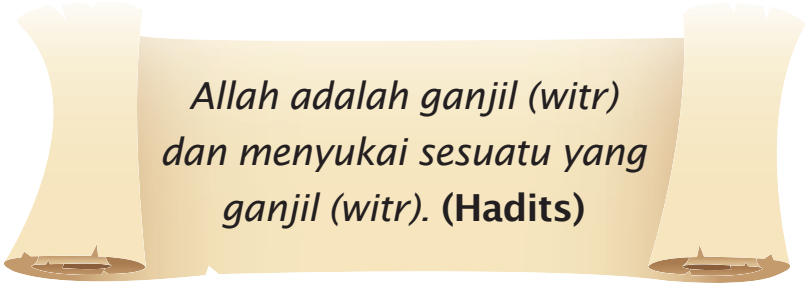
Selanjutnya digit bilangan 10 dijumlahkan akan diperoleh

$$1 + 0 = 1.$$

Jadi, bilangan 19 sendiri mengarah pada bilangan 1.

Dengan demikian, adanya struktur bilangan 19 dalam al-Qur’an seakan memberikan jawaban bahwa al-Qur’an dibuat, diturunkan, dan dijaga oleh dzat yang Satu, yang Esa, yang Tunggal. Allah adalah dzat yang waaheed.





*Allah adalah ganjil (witr)
dan menyukai sesuatu yang
ganjil (witr). (Hadits)*



MENGAPA 19? TINJAUAN BERDASAR MATEMATIKA

Mengapa 19? Secara matematika, jawaban pertama yang paling mudah adalah karena bilangan 19 merupakan bilangan ganjil. Bilangan ganjil adalah bilangan yang jika dibagi dua mempunyai sisa 1. Pemilihan bilangan ganjil sangat beralasan. Bukankah Allah SWT menyukai sesuatu yang ganjil.

Allah adalah ganjil (witr) dan menyukai sesuatu yang ganjil (witr). (Hadits)

Pertanyaan yang muncul berikutnya adalah mengapa harus 19? Bukankah bilangan ganjil yang lain masih banyak, misalnya 1, 3, 5, 7, 9, 11, dan 13. Ternyata bilangan 19 merupakan bilangan prima, dan tidak semua bilangan ganjil adalah prima. Bilangan prima adalah bilangan yang tepat mempunyai dua pembagi (fak-

tor) positif yaitu 1 dan bilangan itu sendiri. Bilangan 1 tidak prima karena hanya mempunyai satu pembagi. Bilangan yang tidak prima dan bukan bilangan 1 disebut bilangan komposit. Sekarang akan dikaji makna bilangan prima secara matematika. Perhatikan tabel berikut untuk melihat perbedaan bilangan prima dan bilangan komposit.

Beberapa Bilangan Prima, Komposit, dan Pembaginya

Prima	Pembagi	Komposit	Pembagi
7	1, 7	9	1, 3, 9
11	1, 11	10	1, 2, 5, 10
17	1, 17	20	1, 2, 4, 5, 10, 20
29	1, 29	30	1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30
97	1, 97	100	1, 2, 4, 5, 10, 20, 25, 50, 100

Berdasarkan tabel tersebut terlihat bahwa ketika bilangan prima difaktorkan dan faktornya dijejer mulai yang terkecil sampai yang terbesar akan diperoleh bilangan prima tersebut selalu berdekatan dengan 1. Tidak ada pembagi lain yang menghalangi bilangan prima itu sendiri dengan 1. Sebaliknya pada bilangan komposit diperoleh bahwa bilangan itu selalu dihalangi oleh pembagi lain untuk dekat dengan 1. Semakin besar bilangan komposit tersebut, maka penghalang antara bilangan itu dengan 1 cenderung semakin banyak.

Jika fenomena ini dimaknai dan direnungi, maka pribadi prima adalah pribadi yang selalu dekat dengan

Yang Satu, Yang Esa, Dzat Yang Maha Tunggal, yaitu Allah swt. Bukankah Allah swt adalah satu, sebagaimana disebutkan dalam QS 112:1.

Pribadi prima adalah pribadi yang tidak ada penghalang (hijab) antara dirinya dengan Allah swt. Hati orang yang mempunyai kepribadian prima selalu terpaut dengan Allah swt. Tidak ada penyakit dalam hati pribadi prima yang dapat menghalangi hubungannya dengan Allah swt.

Pertanyaan yang muncul berikutnya adalah mengapa harus 19? Bukankah bilangan prima selain 19 masih banyak, misalnya 3, 5, 7, 11, 13, 17, dan 29. Mengapa bukan 13 yang diakui secara internasional sebagai bilangan mengerikan (bilangan sial). Mengapa bukan 17 yang diakui kaum muslimin sebagai bilangan istimewa karena adanya 17 rakaat dan 17 Ramadhan. Jawaban terhadap pertanyaan ini, karena bilangan 19 merupakan bilangan prima yang unik. 19 dapat dinyatakan sebagai jumlah pangkat satu dari 10 dan 9. Selain itu 19 dapat dinyatakan sebagai selisih pangkat dua dari 10 - 9. Jadi,

$$19 = 10^1 + 9^1$$

dan

$$19 = 10^2 - 9^2$$

Jika dikembangkan lebih lanjut akan diperoleh sebagai berikut.

$$10^3 = 1000$$

$$9^3 = 729.$$

Jadi $10^3 + 9^3 = 1000 + 729 = 1729$. Jika digit bilangan 1729 dijumlahkan diperoleh

$$1 + 7 + 2 + 9 = 19.$$

$$10^4 = 10000$$

$$9^4 = 6561$$

Jadi $10^4 + 9^4 = 10000 + 6561 = 16561$. Jika digit bilangan 16561 dijumlahkan diperoleh

$$1 + 6 + 5 + 6 + 1 = 19.$$

Selain itu karena bilangan 19 tersusun dari bilangan 1 dan 9. Bilangan 1 dan 9 mempunyai keistimewaan yang tidak dimiliki bilangan lain.

Keistimewaan bilangan 1 adalah bahwa semua bilangan asli (natural numbers) yang lain berasal dari 1. Sebagai contoh

$$2 = 1 + 1$$

$$4 = 1 + 1 + 1 + 1$$

$$9 = 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1$$

$$15 = 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1.$$

Keistimewaan bilangan 9 adalah bahwa jumlah digit hasil kali suatu bilangan dengan 9 akan selalu sama dengan 9. Perhatikan contoh berikut.

$$2 \times 9 = 18 \quad \text{dan } 1 + 8 = 9$$

$$3 \times 9 = 27 \quad \text{dan } 2 + 7 = 9$$

$$7 \times 9 = 63 \quad \text{dan } 6 + 3 = 9$$

$$13 \times 9 = 117 \quad \text{dan } 1 + 1 + 7 = 9$$

$$41 \times 9 = 369 \quad \text{dan } 3 + 6 + 9 = 18, 1 + 8 = 9$$

$$456 \times 9 = 4104 \quad \text{dan } 4 + 1 + 0 + 4 = 9$$

Keistimewaan yang lain dari perkalian suatu bilangan dengan 9 yaitu akan menghasilkan suatu pola tertentu yang menunjukkan suatu keindahan. Perhatikan keindahan pola pada beberapa contoh berikut.

Contoh 1

$$12 \quad \times 9 = 108$$

$$123 \quad \times 9 = 1107$$

$$1234 \quad \times 9 = 11106$$

$$12345 \quad \times 9 = 111105$$

$$123456 \quad \times 9 = 1111104$$

$$1234567 \quad \times 9 = 11111103$$

$$12345678 \quad \times 9 = 111111102$$

$$123456789 \quad \times 9 = 1111111101.$$

Contoh 2

$$\begin{array}{ll} 9 & \times 9 = 81 \\ 98 & \times 9 = 882 \\ 987 & \times 9 = 8883 \\ 9876 & \times 9 = 88884 \\ 98765 & \times 9 = 888885 \\ 987654 & \times 9 = 8888886 \\ 9876543 & \times 9 = \dots \\ 98765432 & \times 9 = \dots \\ 987654321 & \times 9 = \dots \end{array}$$

Tentunya pembaca tidak akan mengalami kesulitan untuk mengisi jawaban tiga perkalian terakhir. Perhatikan juga jumlah digit masing-masing hasil perkalian pada Contoh 1 dan 2. Makna yang tersirat dalam Contoh 1 dan 2 adalah konsep keindahan. Bukankah Allah itu indah dan menyukai keindahan. Jadi, kurang patut kiranya jika mengaku sebagai seorang muslim tetapi tidak menyukai keindahan, keserasian, keharmonisan, keteraturan, dan keseimbangan.

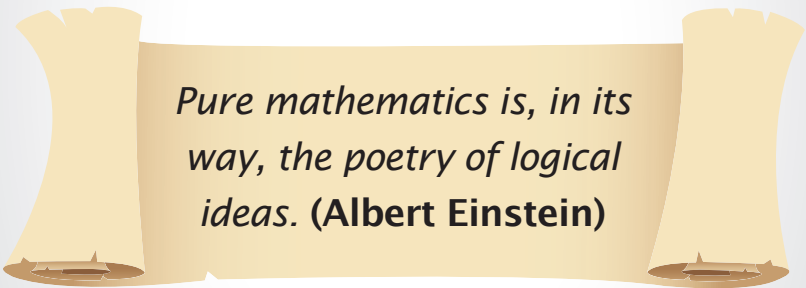




Bagian Kedua

*Mengembangkan
Konsep Dasar
Matematika
dari Al-Qur'an*



A yellow scroll with a scalloped top edge and a dark brown shadow underneath, set against a light gray background. The scroll is unrolled in the center, with the text written on it.

Pure mathematics is, in its way, the poetry of logical ideas. **(Albert Einstein)**



HIMPUNAN DAN OPERASI HIMPUNAN

A. Pendahuluan

Ketika umat Islam membaca al-Qur'an maka pada surat al-Fatihah akan dijumpai bahwa manusia terbagi menjadi tiga kelompok, yaitu (1) kelompok yang mendapat nikmat dari Allah swt, (2) kelompok yang dilaknat, dan (3) kelompok yang sesat. Pada surat al-Baqarah akan dijumpai bahwa manusia tergolong pada tiga golongan, yaitu (1) golongan orang beriman, (2) golongan orang kafir, dan (3) golongan orang munafik. Pada surat al-Waqi'ah, pada hari kiamat manusia dikelompokkan menjadi 3 kelompok, yaitu (1) kelompok terdahulu (assabiqunal awwalun), (2) kelompok kanan, dan (3) kelompok kiri. Nyata dalam hal ini bahwa al-Qur'an berbicara mengenai kelompok, golongan, atau kumpulan.

Untuk menfokuskan pembicaraan, perhatikan firman Allah swt dalam al-Qur'an surat al-Faathir ayat 1.

Segala puji bagi Allah Pencipta langit dan bumi, yang menjadikan malaikat sebagai utusan-utusan (untuk mengurus berbagai macam urusan) yang mempunyai sayap, masing-masing (ada yang) dua, tiga dan empat. Allah menambahkan pada ciptaan-Nya apa yang dikehendaki-Nya. Sesungguhnya Allah Maha Kuasa atas segala sesuatu.
(QS. 35:1)

Dalam ayat 1 surat Al-Faathir ini dijelaskan sekelompok, golongan atau sekumpulan makhluk yang disebut malaikat. Dalam kelompok malaikat tersebut terdapat kelompok malaikat yang mempunyai dua sayap, tiga sayap, atau empat sayap. Bahkan sangat dimungkinkan terdapat kelompok malaikat yang mempunyai lebih dari empat sayap jika Allah swt menghendaki.

Perhatikan juga firman Allah swt dalam al-Qur'an surat an-Nuur ayat 45.

Dan Allah telah menciptakan semua jenis hewan dari air, maka sebagian dari hewan itu ada yang berjalan di atas perutnya dan sebagian berjalan dengan dua kaki sedang sebagian (yang lain) berjalan dengan empat kaki. Allah menciptakan apa yang dikehenda-

ki-Nya, sesungguhnya Allah Maha Kuasa atas segala sesuatu. (QS. 24:45)

Dalam ayat 45 surat an-Nuur ini dijelaskan sekelompok, segolongan, atau sekumpulan makhluk yang disebut hewan. Dalam kelompok hewan tersebut ada sekelompok yang berjalan tanpa kaki, dengan dua kaki, empat, atau bahkan lebih sesuai yang dikehendaki Allah.

Berdasarkan dua ayat tersebut, yaitu QS. 35:1 dan QS. 24:45, terdapat dua konsep yang terkandung di dalamnya dan dapat dikembangkan lebih lanjut. Pertama, konsep mengenai kelompok atau kumpulan objek-objek dengan sifat tertentu yang disebut dengan himpunan. Kedua, konsep bilangan yang dalam masing-masing ayat tersebut dinyatakan dalam banyak sayap dan banyak kaki. Pada bagian ini, akan dijelaskan mengenai konsep yang berkaitan dengan himpunan.

B. Himpunan

Himpunan adalah kumpulan objek-objek yang terdefinisi dengan jelas (well defined) (Bush & Young, 1873:2). Objek-objek yang termasuk dalam suatu himpunan disebut unsur atau anggota himpunan. Berikut ini adalah contoh-contoh himpunan.

- a. Himpunan semua hewan.
- b. Himpunan semua hewan berkaki dua.
- c. Himpunan semua hewan berkaki empat.
- d. Himpunan surat-surat Makkiyah.
- e. Himpunan surat-surat Madaniyah.
- f. Himpunan malaikat Jibril, Mikail, Isrofil, Izrail, Munkar, Nakir, Raqib, Atid, Malik, dan Ridwan.
- g. Himpunan huruf I, S, L, A, M.

Objek-objek yang disebutkan pada masing-masing contoh adalah jelas. Seseorang dapat menentukan dengan mudah anggota himpunan tersebut. Berbeda dengan kumpulan hewan gemuk. Seseorang akan kesulitan menentukan anggotanya karena definisi gemuk tidak jelas. Jadi kumpulan hewan gemuk bukan himpunan. Kumpulan buku tebal juga bukan himpunan, karena definisi tebal tidak jelas.

Pada contoh (a) sampai (e), himpunan dinyatakan dengan menyebutkan sifat atau syarat keanggotaan suatu himpunan. Pada (f) dan (g), himpunan dinyatakan dengan menyebutkan langsung anggota-anggotanya. Menyatakan himpunan dengan menyebutkan sifat atau syarat keanggotaan disebut dengan bentuk pencirian (set builder form) dan menyatakan himpunan dengan mendaftar semua anggotanya disebut dengan bentuk tabular (tabular form). Himpunan dinotasikan dengan

kurung kurawal $\{ \}$. Sebagai contoh, himpunan huruf I, S, L, A, dan M dapat dinotasikan dengan

$$\{I, S, L, A, M\}.$$

Himpunan biasanya disimbolkan dengan huruf kapital, seperti A, B, C, dan D, sedangkan anggota himpunan disimbolkan dengan huruf kecil, seperti a, b, c, dan d. Jika a adalah unsur pada himpunan A, maka ditulis $a \in A$. Jadi, perlu dipahami bahwa tulisan $a \in A$ mempunyai arti bahwa a anggota himpunan A, a unsur himpunan A, A memuat a, atau a termuat di A. Jika a bukan unsur pada himpunan A, ditulis $a \notin A$ (Bartle & Sherbert, 1982:1).

Himpunan yang tidak mempunyai anggota disebut himpunan kosong (empty set, void set atau null set) dan dinotasikan dengan \emptyset atau $\{ \}$ (Bush dan Young, 1973:4 dan Bartle & Sherbert, 1982:5). Himpunan nabi dengan jenis kelamin perempuan adalah himpunan kosong, karena tidak ada nabi yang berjenis kelamin perempuan.

Secara lebih umum, himpunan dapat didefinisikan sebagai kumpulan semua objek yang memenuhi syarat-syarat yang ditentukan. Notasi

$$A = \{ x \mid P(x) \}$$

mendefinisikan A sebagai himpunan semua x yang memenuhi syarat $P(x)$. Notasi tersebut dibaca “A adalah himpunan x sedemikian hingga $P(x)$ ”. Sebagai contoh

$$A = \{ x \mid x \text{ nama hari dalam satu minggu} \}$$

dibaca A adalah himpunan x sedemikian hingga x adalah nama hari dalam satu minggu. Jika himpunan A tersebut dinyatakan dalam bentuk tabular, diperoleh $A = \{ \text{Ahad, Senin, Selasa, Rabu, Kamis, Jum'at, Sabtu} \}$.

Beberapa hal yang perlu dicatat mengenai himpunan adalah

- a. himpunan harus terdefinisi dengan jelas,
- b. unsur-unsur yang disebutkan dalam suatu himpunan harus berbeda, dan
- c. urutan penyebutan unsur dalam suatu himpunan tidak diperhatikan (Bush & Young, 1973:2).

C. Relasi Himpunan

Setelah berbicara mengenai himpunan, tentunya diperlukan suatu dasar untuk membandingkan dua himpunan atau lebih. Membandingkan himpunan-himpunan yang biasanya dilakukan berdasarkan suatu aturan tertentu disebut dengan relasi himpunan. Dalam konteks himpunan, terdapat dua relasi, yaitu relasi “himpunan bagian” dan relasi “sama dengan”. Secara simbolik, kedua relasi tersebut masing-masing dinotasikan dengan \subseteq dan $=$.

Jika A adalah himpunan hewan dan B adalah himpunan hewan berkaki dua, maka diperoleh bahwa ang-

gota himpunan B tidak lain adalah anggota himpunan A dengan syarat berkaki dua. Ayam adalah anggota himpunan A dan sekaligus anggota himpunan B karena berkaki dua. Kambing adalah anggota himpunan A tetapi bukan anggota himpunan B karena berkaki empat. Secara umum, digunakan notasi

$$B = \{ x \in A \mid P(x) \}$$

untuk menyatakan bahwa B memuat semua unsur x di A yang memenuhi syarat $P(x)$. Uraian ini mengarahkan pada konsep himpunan dalam himpunan yang disebut himpunan bagian (*subset*).

Misalkan A dan B himpunan. Himpunan B dikatakan himpunan bagian (*subset*) dari A , ditulis $B \subseteq A$, jika setiap unsur di B juga merupakan unsur di A (Bartle & Sherbert, 1982:2).

Secara simbolik,

$$B \subseteq A \Leftrightarrow \forall x \in B, \text{ berlaku } x \in A.$$

Tulisan $B \subseteq A$ dapat dimaknai bahwa B subset A , B termuat di A , atau A memuat B . Jika B subset A , B bukan himpunan kosong, dan ada unsur di A yang tidak termuat di B , maka B disebut himpunan bagian sejati (*proper subset*) dari A , dan ditulis $B \subset A$. Seperti pada uraian sebelumnya, jika A adalah himpunan hewan dan B adalah himpunan hewan berkaki dua, maka diperoleh bahwa semua anggota himpunan B adalah anggota himpunan A . Dengan demikian, himpunan B adalah

himpunan bagian dari A . Karena kambing adalah anggota himpunan A tetapi bukan anggota himpunan B , maka B adalah himpunan bagian sejati dari A .

Misalkan A dan B himpunan. Himpunan A dikatakan sama (equal atau identical) dengan himpunan B , ditulis $A = B$, jika A dan B saling subset. Artinya A subset B dan B subset A (Bartle & Sherbert, 1982:2).

Secara simbolik,

$$A = B \Leftrightarrow A \subseteq B \text{ dan } B \subseteq A.$$

Sebagai contoh, jika A adalah himpunan huruf-huruf pembentuk kata “malaikat” dan B adalah himpunan huruf-huruf pembentuk kata “kalimat”, maka diperoleh bahwa himpunan A sama dengan himpunan B .

$$A = B = \{ m, a, l, i, k, t \}.$$

Perlu diingat kembali bahwa anggota dalam himpunan harus berbeda dan urutannya tidak diperhatikan.

D. Operasi Himpunan

Setelah berbicara tentang himpunan dan relasi himpunan, pembicaraan belum lengkap sebelum dimungkinkan untuk melakukan sesuatu pada himpunan-himpunan tersebut. Pada relasi himpunan, hanya dapat digunakan untuk membandingkan dua himpunan, dan tidak dapat berbuat sesuatu yang melibatkan dua him-

punan tersebut. Oleh sebab itu diperlukan suatu operasi himpunan. Operasi pada himpunan meliputi operasi gabungan (union), irisan (intersection), komplemen, dan perkalian Cartesius.

Misalkan A dan B himpunan. Gabungan (union) A dan B , ditulis $A \cup B$, adalah himpunan yang memuat semua unsur di A atau B (Bartle & Sherbert, 1982:4).

Secara simbolik,

$$A \cup B = \{ x \mid x \in A \text{ atau } x \in B \}.$$

Kata “atau” bermakna bahwa x termuat di A saja, B saja, atau di A sekaligus B . Berdasarkan definisi tersebut, maka akan diperoleh bahwa $A \cup B = B \cup A$. Sebagai contoh, jika

$$A = \{ \text{kambing, sapi, kerbau} \}$$

dan

$$B = \{ \text{ayam, itik, angsa} \}$$

Maka diperoleh

$$A \cup B = \{ \text{kambing, sapi, kerbau, ayam, itik, angsa} \}$$

Misalkan A dan B himpunan. Irisan (intersection) A dan B , ditulis $A \cap B$, adalah himpunan yang memuat semua unsur di A dan B (Bartle & Sherbert, 1982:4). Secara simbolik,

$$A \cap B = \{ x \mid x \in A \text{ dan } x \in B \}.$$

Kata “dan” bermakna bahwa x termuat di A sekaligus di B . Berdasarkan definisi tersebut, maka akan diperoleh

bahwa $A \cap B = B \cap A$. Sebagai contoh, jika

$$A = \{ 2, 3, 4 \}$$

dan

$$B = \{ 2, 4, 6, 8 \}$$

maka diperoleh

$$A \cap B = \{ 2, 4 \}.$$

Contoh yang lain, jika

$$A = \{ \text{kambing, sapi, kerbau} \}$$

dan

$$B = \{ \text{ayam, itik, angsa} \}$$

maka diperoleh

$$A \cap B = \emptyset.$$

Himpunan yang irisannya adalah himpunan kosong disebut himpunan yang saling lepas (*disjoint*) (Bartle & Sherbert, 1982:5).

Misalkan A dan B himpunan. Komplemen relatif dari A di B , ditulis $B \setminus A$, adalah himpunan yang memuat semua unsur di B tetapi tidak termuat di A (Bartle & Sherbert, 1982:6).

Secara simbolik,

$$B \setminus A = \{ x \in B \mid x \notin A \}.$$

Jika A adalah subset dari himpunan tertentu B , maka $B \setminus A$ biasanya disebut komplemen dari A dan ditulis A^c .

Jadi, dapat dikatakan $B = A \cup A^c$.

Berkenaan dengan operasi pada himpunan, berikut ini disajikan beberapa sifat dasar yang dapat dikembangkan.

Sifat 1

Misalkan A, B, dan C adalah himpunan. Maka,

- $A \cup B = B \cup A$
- $A \cap B = B \cap A$
- $A \cup \emptyset = A$
- $A \cap \emptyset = \emptyset$
- $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$
- $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$
- $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
- $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$ (Bush & Young, 1973:17)

Sifat 2

Misalkan A dan B adalah subset himpunan S. Maka

- $(A^c)^c = A$.
- $(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$.
- $(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$ (Bartle & Sherbert, 1982:7).

E. Perkalian Cartesius

Sebenarnya, perkalian Cartesius adalah operasi pada himpunan. Perbedaan dengan operasi gabungan dan irisan hasil adalah pada hasil operasinya. Pada perkalian Cartesius dua himpunan akan dihasilkan himpunan baru yang anggotanya berupa pasangan berurutan (ordered pairs).

Sebelum melangkah lebih jauh, sangat diperlukan pemahaman mengenai pasangan berurutan. Pada suatu tabel yang menyajikan berat siswa dan tingginya dapat ditemukan tulisan (56, 162). Ini berarti 56 kg beratnya dan 162 cm tingginya. Hal ini akan sangat berbeda dengan tulisan (162, 56). Artinya, pada pasangan berurutan (a, b), urutan penempatan elemen-elemen mempunyai makna khusus. Dalam kehidupan sehari-hari misalnya, pakai kaos kaki dulu lalu pakai sepatu dalam pasangan berurutan adalah (kaos kaki, sepatu). Hal ini akan berbeda dengan (sepatu, kaos kaki) yang akan berarti pakai sepatu dulu lalu pakai kaos kaki.

Misalkan A dan B himpunan. Perkalian Cartesius himpunan A dan B, ditulis $A \times B$, adalah himpunan semua pasangan berurutan (a, b) dengan $a \in A$ dan $b \in B$ (Bartle & Sherbert, 1982:7). Dalam notasi himpunan dapat dinyatakan

$$A \times B = \{ (a, b) \mid a \in A, b \in B \}.$$

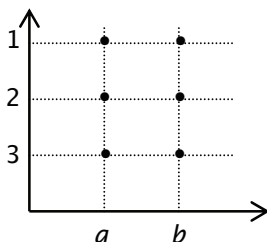
Sebagai contoh, misalkan $A = \{ a, b \}$ dan $B = \{ 1, 2, 3 \}$.

Maka

$$A \times B = \{(a, 1), (a, 2), (a, 3), (b, 1), (b, 2), (b, 3)\}$$

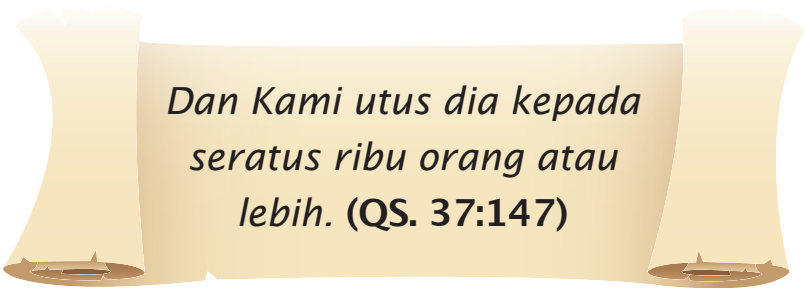
$$B \times A = \{(1, a), (1, b), (2, a), (2, b), (3, a), (3, b)\}.$$

Berdasarkan perkalian Cartesius, dapat dikembangkan diagram Cartesius. Untuk menggambarkan diagram Cartesius dari $A \times B$, maka himpunan A digambarkan pada garis mendatar dan himpunan B digambarkan pada garis vertikal.



Pengembangan lebih lanjut mengenai himpunan, relasi, dan operasi yang telah dijelaskan menghasilkan banyak kajian dalam matematika, misalnya teori himpunan (set theory).





*Dan Kami utus dia kepada
seratus ribu orang atau
lebih. (QS. 37:147)*



BILANGAN DAN OPERASI BILANGAN

A. Pendahuluan

Dalam al-Quran disebutkan sebanyak 38 bilangan berbeda. Ketiga puluh delapan bilangan tersebut dapat dilihat pada tabel berikut.

Bilangan dalam al-Qur'an

No	Bilangan
1.	1
2.	2
3.	3
4.	4
5.	5
6.	6
7.	7
8.	8
9.	9
10.	10

No	Bilangan
20.	80
21.	99
22.	100
23.	200
24.	300
25.	1000
26.	2000
27.	3000
28.	5000
29.	50000

11.	11
12.	12
13.	19
14.	20
15.	30
16.	40
17.	50
18.	60
19.	70

30.	100000
31.	$\frac{2}{3}$
32.	$\frac{1}{2}$
33.	$\frac{1}{3}$
34.	$\frac{1}{4}$
35.	$\frac{1}{5}$
36.	$\frac{1}{6}$
37.	$\frac{1}{8}$
38.	$\frac{1}{10}$

(Sumber: Irawan, Abdussakir, Kusumastuti. 2005:57-59)

Setelah mengetahui bahwa al-Qur'an berbicara mengenai bilangan, maka makna yang dapat ditangkap adalah bahwa orang muslim harus mengenal bilangan. Tanpa mengenal bilangan, seorang muslim tidak akan memahami al-Qur'an dengan baik ketika membaca ayat-ayat yang berbicara tentang bilangan tersebut.

Ketika al-Qur'an berbicara bilangan, yang banyaknya sampai 38 bilangan berbeda, maka tidak diragukan lagi bahwa al-Qur'an sebenarnya berbicara tentang matematika khususnya mengenai bilangan.

B. Relasi Bilangan

Setelah ada bilangan, apa yang dapat dikerjakan dengan bilangan-bilangan tersebut. Tentunya belum lengkap jika hanya membicarakan bilangan. Perlu ada sesuatu yang dapat digunakan untuk membandingkan dua bilangan. Membandingkan atau relasi bilangan biasanya dilakukan pada sepasang bilangan dengan aturan tertentu. Mengenai relasi bilangan, perhatikan firman Allah swt dalam al-Qur'an surat ash-Shaffaat ayat 174.

Dan Kami utus dia kepada seratus ribu orang atau lebih. (QS. 37:147)

Pada QS. 37:147 tersebut dijelaskan bahwa nabi Yunus diutus kepada umat yang jumlahnya 100000 orang atau lebih. Secara matematika, jika umat nabi Yunus sebanyak x orang, maka x sama dengan 100000 atau x lebih dari 100000. Ada dua relasi bilangan dalam QS. 37:137, yaitu relasi "sama dengan" dan relasi "lebih dari". Relasi "sama dengan" dan "lebih dari" masing-

masing ditulis = dan >. Dua relasi ini dikenal dengan relasi urutan (order relations). Dengan demikian, kalimat x sama dengan 100000 atau x lebih dari 100000 dapat ditulis dengan

$$x = 100000 \quad \text{atau} \quad x > 100000.$$

Lebih lanjut, jika a dan b adalah bilangan yang menyatakan jumlah objek tertentu, maka kemungkinan yang akan terjadi adalah

$$a > b, \quad a = b, \quad \text{atau} \quad b > a.$$

Simbol $a > b$ dibaca “ a lebih dari b ” atau “ b kurang dari a ”. Pernyataan “ $a = b$ atau $a > b$ ” sering ditulis dengan $a \geq b$, dan dibaca “ a lebih dari atau sama dengan b ” atau “ b kurang dari atau sama dengan a ”.

C. Operasi Bilangan

Relasi hanya dapat membandingkan antara suatu bilangan dengan bilangan yang lain. Adanya bilangan dan relasi belum lengkap, jika tidak dapat melakukan suatu aksi pada pasangan bilangan yang diberikan. Melakukan aksi pada pasangan bilangan dapat dinamakan operasi. Operasi yang paling sederhana adalah operasi hitung dasar bilangan.

Selain berbicara bilangan, ternyata al-Qur’an juga berbicara tentang operasi hitung dasar pada bilangan.

Operasi hitung dasar pada bilangan yang disebutkan dalam al-Qur'an adalah

1. Operasi penjumlahan
2. Operasi pengurangan
3. Operasi pembagian

Perhatikan firman Allah swt dalam surat al-Kahfi ayat 25.

Dan mereka tinggal dalam gua mereka tiga ratus tahun dan ditambah sembilan tahun (lagi). (QS. 18:25)

dan dalam surat al-Ankabuut ayat 14.

Dan sesungguhnya Kami telah mengutus Nuh kepada kaumnya, maka ia tinggal di antara mereka seribu tahun kurang lima puluh tahun. Maka mereka ditimpa banjir besar, dan mereka adalah orang-orang yang zalim. (QS. 29:14)

Dalam QS. 18:25 dan QS. 29:14, al-Qur'an telah berbicara tentang matematika. Konsep matematika yang disebutkan dalam dua ayat tersebut adalah

1. konsep bilangan, yaitu bilangan 300, 9, 1000, dan 50;
2. operasi penjumlahan, yaitu $300 + 9$; dan

3. operasi pengurangan, yaitu $1000 - 50$.

Makna yang tersirat di balik 2 ayat tersebut adalah bahwa setiap muslim perlu memahami tentang bilangan dan operasi bilangan. Bagaimana mungkin seorang muslim dapat mengetahui bahwa nabi Nuh tinggal dengan kaumnya selama 950 tahun, jika tidak dapat menghitung $1000 - 50$. Bagaimana mungkin seorang muslim dapat mengetahui bahwa Ashhabul Kahfi tinggal di dalam gua selama 309 tahun, jika tidak dapat menghitung $300 + 9$.

Operasi penjumlahan yang disebutkan secara tersirat dalam al-Qur'an dapat ditemui pada pada QS. 7:142, yaitu bahwa $30 + 10 = 40$, dan pada QS. 2:196, yaitu bahwa $3 + 7 = 10$.

Sekarang perhatikan fakta berikut.

1. Pada QS. 2:196 tersirat makna $3 + 7 = 10$
2. Pada QS. 7:142 tersirat makna $30 + 10 = 40$
3. Pada QS. 18:25 disebutkan $300 + 9$
4. Pada QS. 29:14 disebutkan $1000 - 50$.

Jika melihat pada urutan nomor surat dan operasi yang disebutkan, terlihat bahwa al-Qur'an pertama kali mengajarkan operasi penjumlahan dan dimulai dengan penjumlahan bilangan satuan, puluhan, dan ratusan. Selanjutnya al-Qur'an mengajarkan operasi pengurangan. Mengapa pada QS. 2:142 dan QS. 7:142 langsung menyebutkan hasil penjumlahan tetapi pada QS. 18:25



Al-Qur'an tidak berbicara operasi perkalian bilangan secara eksplisit (tegas). Namun, al-Qur'an memberikan suatu gambaran yang akan memunculkan operasi perkalian bilangan



dan QS. 29:14 tidak disebutkan hasilnya? Jawaban pada pertanyaan ini dijelaskan pada bagian yang lain dalam buku ini.

Berkaitan dengan operasi hitung bilangan, ternyata al-Qur'an tidak berbicara tentang operasi perkalian. Pada surat al-An'aam ayat 160, al-Qur'an menjelaskan.

Barangsiapa membawa amal yang baik, maka baginya (pahala) sepuluh kali lipat amalnya; dan barangsiapa yang membawa perbuatan jahat maka dia tidak diberi pembalasan melainkan seimbang dengan kejahatannya, sedang mereka sedikitpun tidak dianiaya (dirugikan). (QS. 6:160)

Dalam QS. 6:160 tersebut sebenarnya tidak membicarakan operasi perkalian bilangan. Pernyataan sepuluh kali amalnya tidak dapat dimaknai operasi perkalian bilangan, karena secara kualitas amal bukan bilangan. Hal ini sama dengan menyatakan dua kali gunung atau tujuh kali lautan. Jika dilihat secara kuantitasnya saja, maka pernyataan sepuluh kali amalnya dapat bermakna perkalian bilangan. Sebagai contoh, jika seseorang membaca dzikir 33 kali maka berdasarkan QS. 6:160 pahala yang diperoleh sama dengan membaca dzikir 330 kali (33×10).

Walaupun al-Qur'an tidak berbicara operasi perka-

lian bilangan secara eksplisit (tegas), ternyata al-Qur'an memberikan suatu gambaran yang akan memunculkan operasi perkalian bilangan. Pada surat al-Baqarah ayat 261, al-Qur'an menjelaskan.

Perumpamaan (nafkah yang dikeluarkan oleh) orang-orang yang menafkahkan hartanya di jalan Allah adalah serupa dengan sebutir benih yang menumbuhkan tujuh bulir, pada tiap-tiap bulir seratus biji. Allah melipat gandakan (ganjaran) bagi siapa yang Dia kehendaki. Dan Allah Maha Luas (karunia-Nya) lagi Maha Mengetahui. (QS. 2:261)

Pada QS. 2:261 dijelaskan bahwa 1 biji akan menumbuhkan 7 batang, dan tiap-tiap batang terdapat 100 biji. Karena operasi penjumlahan telah disebutkan dalam al-Qur'an, maka untuk menentukan keseluruhan biji, seseorang dapat melakukan dengan cara menghitung

$$100 + 100 + 100 + 100 + 100 + 100 + 100 = 700.$$

Penjumlahan 100 berulang sebanyak 7 kali sehingga diperoleh 700. Konsep penjumlahan berulang inilah yang sebenarnya merupakan konsep operasi perkalian bilangan. Jadi pernyataan

$100 + 100 + 100 + 100 + 100 + 100 + 100$ dan 7×100 adalah sama. Dengan demikian, munculnya operasi

perkalian bilangan bersumber dari operasi penjumlahan, yaitu penjumlahan berulang.

Operasi pembagian dalam al-Qur'an diwakili dengan penyebutan bilangan $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{8}$, dan $\frac{1}{10}$.

Bilangan $\frac{2}{3}$ tidak lain adalah 2 dibagi 3 atau 2 : 3.

Operasi pembagian dalam al-Qur'an sangat berkaitan dengan masalah pembagian harta warisan (faraaidh) dan pembagian harta rampasan perang (ghanimah).





HIMPUNAN BILANGAN DAN SISTEM BILANGAN

A. Pendahuluan

Pada bagian-bagian sebelumnya, telah dijelaskan bahwa al-Qur'an telah membicarakan himpunan, bilangan, relasi, dan operasi. Himpunan dilengkapi dengan relasi, operasi, dan sifat-sifat tertentu akan menghasilkan suatu konsep yang disebut sistem, yaitu sistem matematika.

Pada bagian ini akan dijelaskan mengenai suatu sistem matematika yang disebut sistem bilangan. Sistem bilangan memiliki syarat sebagai berikut.

1. Memuat suatu himpunan bilangan.
2. Memuat satu relasi atau lebih.
3. Memuat satu operasi atau lebih.
4. Memuat sejumlah aturan atau hukum dasar yang

menjelaskan sifat-sifat bilangan terhadap operasi-operasi yang ada. Kata “aturan” dapat dimaknai sama dengan aksioma, postulat, sifat dasar, dan teorema (Bush & Young, 1973:27).

Sebelum membahas sistem bilangan, akan dijelaskan terlebih dahulu mengenai jenis-jenis himpunan bilangan. Dengan relasi dan operasi hitung dasar yang telah dijelaskan pada bagian sebelumnya, maka akan dibahas sistem-sistem bilangan yang ada sekaligus dengan teorema-teorema yang berlaku.

Berdasarkan penjelasan pada bagian sebelumnya (Bilangan dan Operasi Bilangan), dapat dilihat bahwa al-Qur’an hanya berbicara 38 bilangan berbeda. Meskipun demikian, berdasarkan bilangan-bilangan dan operasi hitung dasar pada bilangan yang disebutkan dalam al-Qur’an, dapat dikembangkan bilangan-bilangan yang baru yang akan membentuk himpunan-himpunan bilangan yang semakin luas. Penjelasan berikut akan menguraikan bagaimana proses diperolehnya bermacam-macam himpunan bilangan, mulai himpunan bilangan yang paling sederhana sampai himpunan bilangan yang kompleks.

B. Himpunan Bilangan Asli

Al-Qur’an menjelaskan 30 bilangan berbeda, yaitu 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 19, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 99, 100, 200, 300, 1000, 2000, 3000,

5000, 50000, dan 100000. Bilangan-bilangan tersebut adalah contoh bilangan asli. 1 adalah bilangan asli, dan bilangan asli jika ditambah 1 tetap bilangan asli. Karena 1 bilangan asli maka $1 + 1 = 2$ juga bilangan asli. Karena 2 bilangan asli, maka $2 + 1 = 3$ bilangan asli. Karena 3 bilangan asli, maka $3 + 1 = 4$ bilangan asli, dan seterusnya. Himpunan bilangan 1, 2, 3, 4, 5, ... disebut dengan himpunan bilangan asli. Himpunan bilangan asli (natural numbers) disimbolkan dengan huruf **N**. Jadi,

$$\mathbf{N} = \{ 1, 2, 3, 4, 5, \dots \}$$

Tanda “...” menyatakan bilangan selanjutnya, yang dalam kasus di atas dengan menambahkan 1 pada bilangan sebelumnya. Secara umum, tulisan $a \in \mathbf{N}$, mempunyai arti bahwa a adalah bilangan asli.

Pada himpunan bilangan asli, pernyataan $2 + 2$ merupakan suatu operasi. Pernyataan $2 + 3 = 5$ menyatakan relasi antara hasil operasi dengan bilangan 5. Pernyataan $2 + 3 > 4$ menyatakan relasi antara hasil operasi dengan bilangan 4. Pernyataan $2 + 3 = 5$ dan $2 + 3 > 6$ keduanya selalu benar.

Relasi $>$ dalam himpunan bilangan asli didefinisikan secara umum sebagai berikut. Misalkan a dan b adalah bilangan asli. Jika ada bilangan asli c sehingga $a = b + c$, maka $a > b$. Sebagai contoh, $5 > 2$ karena ada bilangan asli 3 sehingga $2 + 3 = 5$.

Pada operasi perkalian, penggunaan simbol $2 \times$



Berdasarkan penjelasan pada bagian sebelumnya (Bilangan dan Operasi Bilangan), dapat dilihat bahwa al-Qur'an hanya berbicara 38 bilangan berbeda.



3 dapat diganti dengan simbol $2 \cdot 3$. Secara umum, $a \times b$ akan ditulis $a \cdot b$. Untuk selanjutnya, dalam tulisan ini simbol $a \cdot b$ akan digunakan untuk menyatakan $a \times b$.

Beberapa sifat yang berlaku pada himpunan bilangan asli \mathbf{N} sebagai berikut.

1. Terhadap Operasi Penjumlahan

a. Sifat ketertutupan

Untuk semua $a, b \in \mathbf{N}$, maka $a + b \in \mathbf{N}$.

b. Sifat komutatif

Untuk semua $a, b \in \mathbf{N}$, maka $a + b = b + a$

c. Sifat asosiatif

Untuk semua $a, b, c \in \mathbf{N}$, maka $a + (b + c) = (a + b) + c$

2. Terhadap Operasi Perkalian

a. Sifat ketertutupan

Untuk semua $a, b \in \mathbf{N}$, maka $a \cdot b \in \mathbf{N}$

b. Sifat komutatif

Untuk semua $a, b \in \mathbf{N}$, maka $a \cdot b = b \cdot a$

c. Sifat asosiatif

Untuk semua $a, b, c \in \mathbf{N}$, maka $a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$

d. Terdapat unsur identitas perkalian

Untuk semua $a \in \mathbf{N}$, ada $1 \in \mathbf{N}$ sehingga
 $a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$.

1 disebut unsur satuan (identitas) perkalian.

3. Sifat distributif perkalian atas penjumlahan

Untuk semua $a, b, c \in \mathbf{N}$, maka $(a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$.

Secara sederhana, dapat dikatakan bahwa sistem bilangan asli terdiri dari

- Himpunan $\mathbf{N} = \{ 1, 2, 3, 4, \dots \}$
- Relasi = dan $>$
- Operasi + dan \cdot .
- Delapan sifat yang telah dijelaskan.

Sifat-sifat atau teorema lain dapat dikembangkan berdasarkan sistem bilangan asli tersebut. Dengan cara inilah suatu sistem matematika akan berkembang terus.

C. Himpunan Bilangan Cacah

Sebagaimana telah dijelaskan sebelumnya, al-Qur'an berbicara tentang operasi pengurangan pada QS 29:14, yaitu $1000 - 50$. Tentunya pengembangan lebih lanjut tidak hanya akan berbicara tentang $1000 - 50$, tetapi pengurangan-pengurangan yang lain. Pada

saatnya, akan ditemui $2 - 2$, $3 - 3$, $15 - 15$, atau $1000 - 1000$. Pengurangan $2 - 2$, $3 - 3$, $15 - 15$, atau $1000 - 1000$ menghasilkan bilangan baru, yaitu 0 (nol atau nil atau null) dan 0 bukan bilangan asli. Jadi diperlukan suatu himpunan bilangan baru yang dapat menampung semua bilangan asli dan 0. Himpunan bilangan asli jika digabung dengan himpunan $\{0\}$ akan menghasilkan himpunan bilangan cacah (whole numbers). Himpunan bilangan cacah disimbolkan dengan huruf **W**. Jadi,

$$\mathbf{W} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots\} = \mathbf{N} \cup \{0\}.$$

Dengan demikian, diperoleh bahwa $\mathbf{N} \subset \mathbf{W}$.

Telah diketahui bahwa $\mathbf{N} \subset \mathbf{W}$, maka semua sifat yang berlaku pada himpunan bilangan asli juga akan berlaku pada himpunan bilangan cacah. Jadi himpunan bilangan cacah **W** juga memenuhi delapan sifat, yaitu (1) tertutup terhadap penjumlahan, (2) komutatif terhadap penjumlahan, (3) asosiatif terhadap penjumlahan, (4) tertutup terhadap perkalian, (5) komutatif terhadap perkalian, (6) asosiatif terhadap perkalian, (7) ada identitas terhadap perkalian, dan (8) distributif perkalian atas penjumlahan. Suatu sifat yang berlaku pada himpunan bilangan cacah **W** dan tidak berlaku pada himpunan bilangan asli **N** adalah adanya unsur identitas penjumlahan. Secara lebih rinci, sifat-sifat dasar yang dimiliki himpunan bilangan cacah **W** sebagai berikut.

1. Terhadap Operasi Penjumlahan

a. Sifat ketertutupan

Untuk semua $a, b \in \mathbf{W}$, maka $a + b \in \mathbf{W}$.

b. Sifat komutatif

Untuk semua $a, b \in \mathbf{W}$, maka $a + b = b + a$

c. Sifat asosiatif

Untuk semua $a, b, c \in \mathbf{W}$, maka $a + (b + c) = (a + b) + c$

d. Terdapat unsur identitas penjumlahan

Untuk semua $a \in \mathbf{W}$, ada $0 \in \mathbf{W}$ sehingga $a + 0 = 0 + a = a$.

0 disebut unsur satuan (identitas) penjumlahan.

2. Terhadap Operasi Perkalian

a. Sifat ketertutupan

Untuk semua $a, b \in \mathbf{W}$, maka $a \cdot b \in \mathbf{W}$

b. Sifat komutatif

Untuk semua $a, b \in \mathbf{W}$, maka $a \cdot b = b \cdot a$

c. Sifat asosiatif

Untuk semua $a, b, c \in \mathbf{W}$, maka $a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$

d. Terdapat unsur identitas perkalian

Untuk semua $a \in \mathbf{W}$, ada $1 \in \mathbf{W}$ sehingga $a \cdot 1$

$$= 1 \cdot a = a.$$

1 disebut unsur satuan (identitas) perkalian.

3. Sifat distributif perkalian atas penjumlahan

Untuk semua $a, b, c \in \mathbf{W}$, maka $(a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$. (Bush & Young, 1973:29)

Secara sederhana, dapat dikatakan bahwa sistem bilangan cacah terdiri dari

- a. Himpunan $\mathbf{W} = \{ 0, 1, 2, 3, 4, \dots \}$
- b. Relasi = dan >
- c. Operasi + dan \cdot .
- d. Sembilan sifat yang telah dijelaskan.

Sifat-sifat atau teorema lain dapat dikembangkan berdasarkan sistem bilangan cacah tersebut. Operasi pengurangan dapat dikembangkan pada himpunan bilangan cacah \mathbf{W} . Misalkan a dan b bilangan cacah, jika ada bilangan cacah c sehingga $b + c = a$, maka dapat didefinisikan $a - b = c$. Sebagai contoh, 5 dan 12 adalah bilangan cacah. Karena ada bilangan cacah 7 sehingga $5 + 7 = 12$, maka $12 - 5 = 7$. Di sisi lain, karena tidak ada bilangan cacah x sehingga $12 + x = 5$, maka $5 - 12$ tidak dapat dilakukan pada himpunan bilangan cacah. Jika dipaksakan, $5 - 12 = -7$ dan -7 bukan bilangan cacah.

D. Himpunan Bilangan Bulat

Berbekal operasi pengurangan, maka pembicaraan lebih lanjut akan sampai pada $0 - 1$, $1 - 3$, $5 - 10$, atau $50 - 1000$. Pengurangan tersebut menghasilkan $0 - 1 = -1$, $1 - 3 = -2$, $5 - 10 = -5$, dan $50 - 1000 = -950$. Bilangan -1 , -2 , -5 , dan -950 ini bukan bilangan cacah.

Pada kasus yang lain yang lain, jika melihat bilangan cacah dengan urutan berikut

$$\dots, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1, 0$$

akan diperoleh bahwa bilangan selanjutnya adalah bilangan sebelumnya dikurangi 1. Jika proses bilangan selanjutnya adalah bilangan sebelumnya dikurangi 1 dilakukan terus menerus, maka akan diperoleh

$$\dots, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1, 0, -1, -2, -3, -4, -5, -6, -7, \dots$$

Ke kanan, bilangan selanjutnya adalah bilangan sebelumnya dikurangi 1.

Jika urutannya dibalik, akan diperoleh

$$\dots, -7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \dots$$

yakni ke kanan, bilangan selanjutnya adalah bilangan sebelumnya ditambah 1.

Bilangan $0, 1, 2, 3, \dots$ adalah bilangan cacah, tetapi bilangan $-1, -2, -3, -4, \dots$ bukan bilangan cacah. Dengan demikian diperlukan himpunan baru yang memuat semua bilangan cacah dan bilangan $-1, -2, -3, -4, \dots$

Himpunan

$\{\dots, -7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \dots\}$

disebut himpunan bilangan bulat (*integer*). Himpunan bilangan bulat disimbolkan dengan huruf **Z**. Jadi,

$$\mathbf{Z} = \{\dots, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, \dots\}.$$

Pada urutan berikut

$\dots, -7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \dots$

bilangan di sebelah kanan 0 disebut *bilangan bulat positif*, sedangkan bilangan di sebelah kiri 0 disebut *bilangan bulat negatif*. Jadi, bilangan bulat terdiri dari bilangan bulat negatif, 0, dan bilangan bulat positif.

Dengan menggunakan relasi $>$, bilangan bulat a dikatakan positif jika

$$a > 0$$

dan dikatakan negatif jika

$$a < 0.$$

Misalkan a bilangan bulat. Jika $a \geq 0$, maka a dikatakan tak negatif, dan jika $a \leq 0$, maka a dikatakan tak positif.

Himpunan bilangan bulat positif, ditulis \mathbf{Z}^+ , adalah

$$\mathbf{Z}^+ = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$$

yang tidak lain adalah himpunan bilangan asli **N**. Himpunan bilangan bulat negatif, ditulis \mathbf{Z}^- , adalah

$$\mathbf{Z} = \{-1, -2, -3, -4, -5, \dots\}.$$

Dengan demikian, diperoleh bahwa

$$\mathbf{Z} = \mathbf{Z}^- \cup \{0\} \cup \mathbf{Z}^+.$$

Sifat-sifat yang berlaku pada himpunan bilangan bulat \mathbf{Z} sebagai berikut.

1. Terhadap Operasi Penjumlahan

a. Sifat ketertutupan

Untuk semua $a, b \in \mathbf{Z}$, maka $a + b \in \mathbf{Z}$.

b. Sifat komutatif

Untuk semua $a, b \in \mathbf{Z}$, maka $a + b = b + a$

c. Sifat asosiatif

Untuk semua $a, b, c \in \mathbf{Z}$, maka $a + (b + c) = (a + b) + c$

d. Terdapat unsur identitas penjumlahan

Untuk semua $a \in \mathbf{Z}$, ada $0 \in \mathbf{Z}$ sehingga $a + 0 = 0 + a = a$.

0 disebut unsur satuan (identitas) penjumlahan.

e. Terdapat invers penjumlahan

Untuk masing-masing $a \in \mathbf{Z}$, ada $(-a) \in \mathbf{Z}$ sehingga $a + (-a) = (-a) + a = 0$

$(-a)$ disebut invers penjumlahan dari a .

2. Terhadap Operasi Perkalian

a. Sifat ketertutupan

Untuk semua $a, b \in \mathbf{Z}$, maka $a \cdot b \in \mathbf{Z}$

b. Sifat komutatif

Untuk semua $a, b \in \mathbf{Z}$, maka $a \cdot b = b \cdot a$

c. Sifat asosiatif

Untuk semua $a, b, c \in \mathbf{Z}$, maka $a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$

d. Terdapat unsur identitas perkalian

Untuk semua $a \in \mathbf{Z}$, ada $1 \in \mathbf{Z}$, $1 \neq 0$, sehingga $a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$.

1 disebut unsur satuan (identitas) perkalian.

3. Sifat distributif perkalian atas penjumlahan

Untuk semua $a, b, c \in \mathbf{Z}$, maka $(a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$. (Sudirman, 2001: 3-4).

Pada daftar sifat tersebut, dapat dilihat bahwa semua sifat yang berlaku pada himpunan bilangan cacah \mathbf{W} berlaku juga pada himpunan bilangan bulat \mathbf{Z} . Satu sifat yang berlaku pada \mathbf{Z} tetapi tidak berlaku pada \mathbf{W} adalah sifat bahwa untuk masing-masing $a \in \mathbf{Z}$, ada $(-a) \in \mathbf{Z}$ sehingga

$$a + (-a) = (-a) + a = 0$$

Berdasarkan sifat-sifat dasar pada himpunan bilangan bulat \mathbf{Z} , dapat dikembangkan beberapa sifat berikut yang dapat dibuktikan kebenarannya. Misalkan $a, b, c \in \mathbf{Z}$. Maka diperoleh

- a. $0 \cdot a = 0$
- b. $(-1) \cdot a = -a$
- c. $-(-a) = a$
- d. $(-1) \cdot (-1) = 1$
- e. $a \cdot (-b) = (-a) \cdot b = -(a \cdot b)$
- f. $(-a) \cdot (-b) = a \cdot b$
- g. $-(a + b) = (-a) + (-b)$
- h. Jika $a \cdot b = 0$, maka $a = 0$ atau $b = 0$.
- i. Jika $a \cdot c = b \cdot c$ dan $c \neq 0$, maka $a = b$. (Sudirman, 2001)

Secara sederhana, dapat dikatakan bahwa sistem bilangan bulat terdiri dari

- a. Himpunan $\mathbf{Z} = \{ \dots, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, \dots \}$
- b. Relasi = dan $>$
- c. Operasi + dan \cdot .
- d. Sifat-sifat yang telah dijelaskan.

Pengembangan lebih lanjut dapat dilakukan pada himpunan bilangan bulat \mathbf{Z} . Sebagai contoh, operasi pengurangan dapat didefinisikan. Misalkan $a, b \in \mathbf{Z}$, $a - b$ didefinisikan sebagai $a + (-b)$. Dengan demikian

$$a - b = a + (-b).$$

Berdasarkan operasi pengurangan, relasi $>$ pada himpunan bilangan bulat \mathbf{Z} dapat dinyatakan secara sebagai berikut. Misalkan $a, b \in \mathbf{Z}$, pernyataan $a > b$ dapat dimaknai $a - b > 0$. Sebagai contoh, $5 > 3$ karena $5 - 3 > 0$.

Pengembangan lebih jauh mengenai relasi dan operasi pada himpunan bilangan bulat \mathbf{Z} , menghasilkan suatu kajian dalam matematika yang disebut teori bilangan (Number Theory). Teori bilangan adalah kajian matematika yang secara khusus hanya membicarakan bilangan bulat.

E. Himpunan Bilangan Rasional

Al-Qur'an menyebutkan 30 bilangan asli berbeda. Selain itu, Al-Qur'an juga menyebutkan 8 bilangan berbeda yang bukan merupakan bilangan bulat, yaitu $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{8}$, dan $\frac{1}{10}$. Delapan bilangan tersebut adalah contoh bilangan pecahan. Dengan demikian, diperlukan suatu himpunan bilangan yang memuat semua bilangan bulat dan semua bilangan pecahan. Himpunan yang memuat semua bilangan bulat dan bilangan pecahan disebut himpunan bilangan rasional.

Himpunan bilangan rasional adalah himpunan semua bilangan yang berbentuk $\frac{a}{b}$, dengan a, b adalah bilangan bulat dan b tidak boleh nol (Bartle & Sherbert, 1982:3). Himpunan bilangan rasional disimbolkan dengan huruf \mathbf{Q} . Jadi, diperoleh

$$\mathbf{Q} = \left\{ \frac{a}{b} \mid a, b \in \mathbf{Z}, b \neq 0 \right\}.$$

Karena semua bilangan bulat a dapat dinyatakan sebagai $\frac{a}{1}$, maka semua bilangan bulat merupakan bilangan rasional. Dengan demikian diperoleh bahwa $\mathbf{Z} \subset \mathbf{Q}$. Menggunakan konsep komplemen pada bagian pertama, maka dapat dinyatakan bahwa

$$\mathbf{Q} = \mathbf{Z} \cup \mathbf{Z}^c$$

yakni, himpunan bilangan rasional \mathbf{Q} adalah gabungan dari himpunan bilangan bulat \mathbf{Z} dan himpunan komplemen bilangan bulat \mathbf{Z}^c di \mathbf{Q} . Himpunan \mathbf{Z}^c ini disebut himpunan bilangan pecahan, dan anggota \mathbf{Z}^c disebut *bilangan pecahan*. Dengan kata lain, bilangan rasional yang bukan bilangan bulat disebut bilangan pecahan. Bilangan $\frac{2}{3}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \frac{1}{8}$, dan $\frac{1}{10}$ adalah bilangan pecahan. Jadi, terdapat delapan bilangan pecahan berbeda dalam al-Qur'an.

Semua sifat yang berlaku dalam himpunan bilangan bulat \mathbf{Z} secara otomatis berlaku dalam himpunan bilangan rasional \mathbf{Q} . Ada satu sifat yang berlaku pada \mathbf{Q}

tetapi tidak berlaku di \mathbf{Z} . Sifat ini adalah untuk masing-masing $a \in \mathbf{Q}$, $a \neq 0$, ada $\frac{1}{a} \in \mathbf{Q}$ sehingga

$$a \cdot \frac{1}{a} = \frac{1}{a} \cdot a = 1$$

F. Himpunan Bilangan Real

Ketika berbicara operasi perkalian, untuk menyatakan 3×3 sering digunakan simbol 3^2 yang dibaca 3 pangkat 2. Lebih lanjut, $5 \times 5 \times 5 \times 5$ dapat ditulis 5^4 yang dibaca 5 pangkat 4. Perhatikan contoh berikut.

$$3^2 = 3 \times 3 = 9$$

$$(-3)^2 = (-3) \times (-3) = 9.$$

Bilangan yang jika dipangkatkan 2 sama dengan 9 adalah 3 dan -3. Jika pembicaraan dipersempit, maka bilangan positif yang jika dipangkatkan 2 sama dengan 9 adalah 3. Pernyataan “bilangan positif yang jika dipangkatkan 2 sama dengan 9” ditulis $\sqrt{9}$ dan dibaca *akar* 9. Jadi diperoleh bahwa

$$\sqrt{9} = 3.$$

Karena $9 = 3^2$ dan $9 = (-3)^2$, maka diperoleh

$$\sqrt{3^2} = 3$$

$$\sqrt{(-3)^2} = 3 = -(-3).$$

Uraian singkat ini mengantarkan munculnya bilangan-bilangan baru seperti $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, dan $\sqrt{10}$. Bi-

bilangan-bilangan ini ternyata tidak dapat dinyatakan sebagai $\frac{a}{b}$ dengan $a, b \in \mathbb{Z}$ dan $b \neq 0$. Artinya diperlukan suatu himpunan bilangan baru yang dapat menampung bilangan-bilangan tersebut. Bilangan yang tidak dapat dinyatakan sebagai $\frac{a}{b}$ dengan $a, b \in \mathbb{Z}$ dan $b \neq 0$ disebut bilangan irrasional. Dengan kata lain, bilangan yang bukan bilangan rasional disebut bilangan irrasional. Bilangan $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, dan $\sqrt{8}$ adalah bilangan irrasional. Himpunan bilangan yang memuat semua bilangan rasional dan bilangan irrasional disebut himpunan bilangan real, dan dilambangkan dengan huruf **R**. Dengan demikian, akan diperoleh bahwa **N**, **W**, **Z**, dan **Q** himpunan bagian (subset) dari **R**.

Sifat-sifat yang berlaku pada himpunan bilangan real **R** dapat dirinci sebagai berikut.

1. Terhadap Operasi Penjumlahan

a. Sifat ketertutupan

Untuk semua $a, b \in \mathbb{R}$, maka $a + b \in \mathbb{R}$.

b. Sifat komutatif

Untuk semua $a, b \in \mathbb{R}$, maka $a + b = b + a$

c. Sifat asosiatif

Untuk semua $a, b, c \in \mathbb{R}$, berlaku $a + (b + c) = (a + b) + c$

- d. Terdapat unsur identitas penjumlahan

Untuk semua $a \in \mathbf{R}$, ada $0 \in \mathbf{R}$ sehingga
 $a + 0 = 0 + a = 0$.

0 disebut unsur satuan (identitas) penjumlahan.

- e. Terdapat invers penjumlahan

Untuk masing-masing $a \in \mathbf{R}$, ada $(-a) \in \mathbf{R}$ sehingga

$$a + (-a) = (-a) + a = 0$$

$(-a)$ disebut invers penjumlahan dari a

2. Terhadap Operasi Perkalian

- a. Sifat ketertutupan

Untuk semua $a, b \in \mathbf{R}$, maka $a \cdot b \in \mathbf{R}$

- b. Sifat komutatif

Untuk semua $a, b \in \mathbf{R}$, maka $a \cdot b = b \cdot a$

- c. Sifat asosiatif

Untuk semua $a, b, c \in \mathbf{R}$, maka

$$a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$$

- d. Terdapat unsur identitas perkalian

Untuk semua $a \in \mathbf{R}$, ada $1 \in \mathbf{R}$, $1 \neq 0$,
sehingga $a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$.

1 disebut unsur satuan (identitas) perkalian.

e. Terdapat invers perkalian

Untuk masing-masing $a \in \mathbf{R}$, $a \neq 0$, terdapat $\frac{1}{a} \in \mathbf{R}$ sehingga $a \cdot \frac{1}{a} = \frac{1}{a} \cdot a = 1$.

$\frac{1}{a}$ disebut invers perkalian dari a .

3. Sifat distributif perkalian atas penjumlahan

Untuk semua $a, b, c \in \mathbf{R}$, berlaku

$$(a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c.$$

(Bartle & Sherbert, 1982:28)

Berkaitan dengan relasi $>$, jika $a, b \in \mathbf{R}$ dan $a - b > 0$, maka ditulis $a > b$ atau $b < a$. Sifat-sifat berikut merupakan konsekuensi dari relasi $>$ serta operasi penjumlahan dan perkalian pada \mathbf{R} . Untuk semua $a, b, c \in \mathbf{R}$, maka berlaku

1. Jika $a > b$, maka $a + c > b + c$.
2. Jika $a > b$ dan $c > d$, maka $a + c > b + d$.
3. Jika $a > b$, dan $c > 0$, maka $a \cdot c > b \cdot c$.
4. Jika $a > b$, dan $c < 0$, maka $a \cdot c < b \cdot c$.
5. Jika $a \neq 0$, maka $a^2 > 0$.
6. Jika $a > 0$, maka $\frac{1}{a} > 0$ dan jika $a < 0$, maka $\frac{1}{a} < 0$.

(Bartle & Sherbert, 1982).

Pengembangan lebih lanjut pada himpunan bilangan real, menghasilkan suatu kajian matematika yang disebut dengan analisis real (Real Analysis). Analisis real adalah bidang kajian dalam matematika yang khusus membicarakan bilangan real.

G. Himpunan Bilangan Kompleks

Seperti pada uraian sebelumnya, istilah akar akan memunculkan bilangan baru seperti $\sqrt{-1}$, $\sqrt{-3}$, dan $\sqrt{-10}$. Jika berbicara dalam himpunan bilangan real \mathbb{R} , $\sqrt{-1}$ adalah bilangan real positif yang jika dipangkatkan 2 sama dengan -1 . Padahal diketahui bahwa bilangan real positif jika dikalikan dengan dirinya sendiri selalu menghasilkan bilangan positif. Jadi tidak mungkin ada bilangan real positif yang jika dipangkatkan 2 sama dengan -1 . Artinya, dalam himpunan bilangan real, $\sqrt{-1}$ tidak ada. Faktanya $\sqrt{-1}$ ada.

Untuk mengatasi masalah ini diperlukan himpunan bilangan yang baru yang dapat mencakup bilangan real dan bilangan seperti $\sqrt{-1}$, $\sqrt{-3}$, dan $\sqrt{-10}$ serta hasil operasi seperti $2 + 2\sqrt{-1}$, $-3 + \sqrt{-10}$, dan $1 - 2\sqrt{-10}$. Himpunan ini disebut dengan himpunan bilangan kompleks, dan dilambangkan dengan \mathbb{C} .

Dalam himpunan bilangan kompleks, $\sqrt{-1}$ disimbolkan dengan i . Jadi $i^2 = -1$. Dalam notasi himpunan, dapat dinyatakan bahwa

$$C = \{ a + bi \mid a, b \in \mathbb{R}, \text{ dan } i^2 = -1 \}.$$

Karena semua $a \in \mathbb{R}$ dapat dinyatakan dalam bentuk $a = a + 0i$, maka $a \in C$. Dengan demikian diperoleh bahwa $\mathbb{R} \subset C$. Jadi, himpunan bilangan kompleks C merupakan himpunan bilangan terbesar. Meskipun himpunan bilangan real \mathbb{R} termuat dalam himpunan bilangan kompleks C , ada satu sifat pada \mathbb{R} yang justru tidak dimiliki oleh C . Pada C tidak berlaku relasi urutan, yakni relasi $>$.

Pengembangan lebih lanjut pada himpunan bilangan kompleks C menghasilkan kajian dalam matematika yang disebut analisis kompleks (Complex Analysis).





ESTIMASI (TAKSIRAN)

A. Pendahuluan

Perhatikan firman Allah swt dalam al-Qur'an surat ash-Shaffaat ayat 174.

Dan Kami utus dia kepada seratus ribu orang atau lebih. (QS. 37:147)

Pada QS. 37:147 tersebut dijelaskan bahwa Nabi Yunus diutus kepada umatnya yang jumlahnya 100000 orang atau lebih. Jika membaca ayat tersebut secara seksama, ada rasa (kesan) bahwa terdapat keraguan dalam menentukan jumlah umat Nabi Yunus. Mengapa harus menyatakan 100000 atau lebih? Mengapa tidak menyatakan dengan jumlah yang sebenarnya? Bukankah Allah swt maha mengetahui yang gaib dan yang nyata? Bukankah Allah swt maha mengetahui segala sesuatu, termasuk jumlah umat nabi Yunus? Jawaban terhadap

pertanyaan tersebut adalah “inilah estimasi (taksiran)”. Penulis menangkap makna bahwa Allah swt mengajarkan suatu ilmu dalam matematika yang dikenal dengan **estimasi**.

Jika pembaca sedang menonton suatu pertunjukan, lalu ditanya berapa penonton yang ada, apakah pembaca akan menghitungnya satu persatu. Tentunya pembaca akan melakukan taksiran dengan mengatakan misalnya, “penonton sebanyak 1000 orang atau lebih”, “tidak kurang dari 1000 orang”, atau “tidak sampai 1000 orang”. Ya, itulah estimasi.

B. Estimasi

Para ahli pendidikan matematika menyatakan bahwa pembelajaran estimasi merupakan fenomena yang relatif baru. Kurikulum matematika tidak memberikan perhatian yang serius pada pembelajaran estimasi. Estimasi menjadi suatu ketrampilan yang terabaikan dalam matematika.

Baru pada tahun 1980-an, perhatian terhadap pembelajaran estimasi telah dilakukan secara serius di Amerika. Penelitian mengenai ketrampilan estimasi mulai banyak dilakukan. Walle (1990:163) menyatakan bahwa pembelajaran ketrampilan estimasi menjadi sangat penting bagi siswa. Selain itu, Walle (1990:163) menyatakan bahwa dalam kehidupan sehari-hari, ke-

trampilan estimasi sangat dibutuhkan dan menghemat waktu dalam penghitungan.

Pada tahun 1989, Lembaga Nasional Guru Matematika (National Council of Teachers of Mathematics atau NCTM) di Amerika memasukkan estimasi sebagai suatu standar terpilih untuk kelas 4 sekolah dasar dalam pedoman Standar Evaluasi dan Kurikulum. Pada tahun 2000, dalam Principles and Standards for School Mathematics tahun 2000, NCTM memasukkan keterampilan estimasi sebagai suatu standar yang perlu dicapai mulai tingkat prasekolah (TK) sampai sekolah dasar (NCTM, 2000). Standar estimasi dimasukkan pada komponen Number and Operations (Bilangan dan Operasi Bilangan). Baru pada tahun 2000-an, pembelajaran estimasi mulai diperhatikan di Indonesia dengan memasukkan materi estimasi di kelas 4 sekolah dasar. Suatu fenomena yang sangat unik, karena al-Qur'an telah memberikan contoh estimasi sejak sekitar 1400 tahun yang lalu, yaitu pada QS. 37:147.

Estimasi adalah ketrampilan untuk menentukan sesuatu tanpa melakukan proses penghitungan secara eksak. Dalam matematika, terdapat tiga jenis estimasi yaitu estimasi banyak/jumlah (numerositas), estimasi pengukuran, dan estimasi komputasional.

1. Estimasi Banyak/Jumlah

Estimasi banyak adalah menentukan banyaknya objek tanpa menghitung secara eksak. Objek disini

maknanya sangat luas. Objek dapat bermakna orang, uang, kelereng, titik, dan mobil. Estimasi yang dicontohkan pada QS. 37:147 adalah estimasi banyak, yaitu banyaknya orang.

2. Estimasi Pengukuran

Estimasi pengukuran adalah menentukan ukuran sesuatu tanpa menghitung secara eksak. Ukuran disini maknanya sangat luas. Ukuran dapat bermakna ukuran waktu, panjang, luas, usia, dan volume. Ketika melihat seseorang sedang berjalan, tanpa menanyakan tanggal lahirnya pembaca dapat menebak/menaksir usianya. Atau pembaca dapat menaksir waktu yang diperlukan untuk melakukan perjalanan dari Malang ke Jakarta menggunakan sepeda motor. Pembaca juga dapat menaksir berat suatu benda hanya dengan melihat bentuknya.

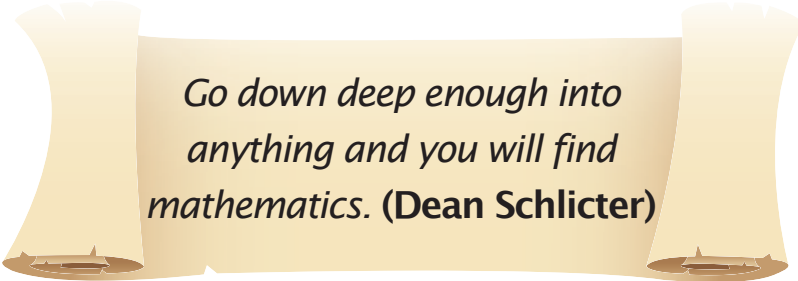
3. Estimasi Komputasional

Estimasi komputasional adalah menentukan hasil suatu operasi hitung tanpa menghitungnya secara eksak. Ketika diminta menentukan hasil 97×23 dalam waktu 10 detik, seseorang mungkin akan melihat puluhannya saja sehingga memperoleh hasil $90 \times 20 = 1800$. Dalam kasus yang sama, seseorang mungkin akan menghitung dengan cara membulatkan ke puluhan terdekat, sehingga diperoleh $100 \times 20 = 2000$. Inilah estimasi komputasional. Saat ini, siswa sekolah dasar kelas IV di Indonesia mulai dikenalkan dengan

estimasi komputasional, khususnya pada operasi bilangan cacah dengan cara membulatkan pada puluhan terdekat.

Beberapa hasil penelitian telah menunjukkan bahwa banyak sekali teknik yang dapat digunakan dalam melakukan estimasi. Untuk operasi penjumlahan bilangan cacah dikenal tiga teknik estimasi, yaitu membulatkan, estimasi depan-belakang, dan bilangan sebanding (Kennedy & Tipps, 1994:315). Operasi penjumlahan, pengurangan, perkalian, dan pembagian tentunya membutuhkan teknik estimasi yang berbeda. Demikian juga operasi pada bilangan cacah, pecahan, atau desimal tentunya membutuhkan teknik yang berbeda. Satu hal yang perlu dicatat, ternyata kemampuan estimasi seseorang sangat berkaitan dengan kemampuan kognitifnya. Semakin cerdas seseorang, maka hasil estimasinya akan sangat mendekati nilai yang sebenarnya (nilai eksak).





*Go down deep enough into
anything and you will find
mathematics. (Dean Schlicter)*



DAFTAR RUJUKAN

- Abyan, Amir. 1996. *Fiqih: Untuk Madrasah Tsanawiyah Kelas 3*. Semarang: PT Karya Toha Putra.
- Arik, Abdullah. 2003. *Beyond Probability: God's Message in Mathematics*. (Online: http://numerical19.tripod.com/Beyond_Probability.htm diakses 22 Januari 2006).
- Bartle, R.G dan Sherbert, D.R.. 1982. *Introduction to Real Analysis*. New York: John Wiley & Sons, Inc.
- Basya, Fahmi. 2003. *Matematika Al-Qur'an*. Jakarta: Pustaka Quantum Prima.
- Basya, Fahmi. 2005. *Matematika Islam*. Jakarta: Penerbit Republika.
- Bush, G.A dan Young, J.E.. 1973. *Foundations of Mathematics 2nd Edition: With Application to the Social and Management Sciences*. New York: McGraw-Hill Book Company.

- Depag RI. 1989. *Al-Qur'an dan Terjemahannya*. Surabaya: CV. Jaya Sakti.
- Ifrah, George. 1997. *The Numerical Value*. (Online: http://numerical19.tripod.com/Numerical_Value.htm diakses 22 Januari 2006).
- Irawan, W.H., Abdussakir, dan Kusumastuti, A.. 2005. *Rahasia Bilangan dalam Al-Qur'an*. Laporan Penelitian Ilmu Pengetahuan Terpadu tidak dipublikasikan. Malang: UIN Malang.
- Kennedy, L.M. dan Tipps, Steve. 1994. *Guiding Children's Learning of Mathematics, Seventh Edition*. California: Wadsworth Publishing Company.
- Khalifa, Rashad. *One of Great Miracle*. (Online: http://www.submission.org/One_great_miracle.htm diakses 12 Pebruari 2006).
- NCTM. 2000. *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston: The NCTM, Inc.
- Soebari. 1995. *Geometri Analit*. Malang: IKIP Malang.
- Sudarman. 2000. *Materi dan Kegiatan Siswa Matematika SLTP Kurikulum 1994 Suplemen GBPP 1999*. Bandung: Angkasa.
- Sudirman. 2001. *Teori Bilangan*. Malang: Universitas Negeri Malang.
- Walle, John A. Van De. 1990. *Elementary School Mathematics: Teaching Developmentally*. New York: Longman